LEHRBRIEFE FÜR DAS FERNSTUDIUM
HERAUSGEGEBEN
VON DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT DRESDEN

ELEKTROPHYSIK

(THEORETISCHE ELEKTROTECHNIK)

13. LEHRBRIEF · Unveränderter Nachdruck

II. AUSGABE

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN

9083 II/13

ELEKTROPHYSIK

(THEORETISCHE ELEKTROTECHNIK)

13. LEHRBRIEF · Unveränderter Nachdruck 1969

II. AUSGABE

Nach der Vorlesung
von Prof. Dr. phil. (em.) Georg Mierdel

verfaßt für das Fernstudium
von Dr.-Ing. Edgar Drechsler

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN · 1969

VT-Bestell-Nr. 9 083 II/13 · Auflage 2700 Expl. · Veröffentlicht unter Ag 628/324/69/DDR
Verfaßt für das Direktorat für Weiterbildung der Technischen Universität Dresden · Herausgegeben im Auftrag des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen der Deutschen Demokratischen Republik von der Technischen Universität Dresden · Verlag: VEB Verlag Technik, 102 Berlin
Im Offsetdruck hergestellt von dem VEB Druckerei „Thomas Müntzer", 582 Bad Langensalza

[75] Die Dissoziationstheorie nach Arrhenius (Fortsetzung)

2. Korrektur der Arrheniusschen Dissoziationstheorie:

Für den Zusammenhang zwischen Dissoziationsgrad α und Temperatur T der Lösung ergab sich gemäß [75] 1

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} n_o = F(T) \tag{800}$$

Für kleine α-Werte ($\alpha \ll 1$), d.h. große Konzentrationen $c = wn_o$, besteht demnach die Proportion

$$\alpha \sim \sqrt{\frac{1}{c}} \tag{801}$$

Für die sogenannten „schwachen Elektrolyte", das sind Elektrolyte, die bei den üblichen Konzentrationen nur geringe Äquivalent-Leitfähigkeiten haben (hierzu zählen vornehmlich organische Säuren und Salze), wird die Beziehung (801) gut bestätigt. Sie versagt jedoch vollkommen bei „starken Elektrolyten" (anorganische Säuren und Salze), weil deren Ionendichte weitaus größer ist.

Dieser Umstand erfordert eine Korrektur an der Arrheniusschen Dissoziationstheorie, indem der Einfluß der Ionenkonzentration auf die Beweglichkeit der Träger Berücksichtigung finden muß. Durch hohe Ionendichte wird, ähnlich wie im Plasma, die Beweglichkeit vermindert. Durch rein statistische Betrachtungen läßt sich dieser Vorgang anschaulich deuten:

Jedes Ion erzeugt um sich herum eine Atmosphäre, in der sich bevorzugt Ionen des anderen Vorzeichens befinden. Das gleiche Verhalten zeigt jeder Kristall. Schon bei vereinfachter, ebener und quadratischer Anordnung erkennt man, daß jedes Ion in nächster Nähe 4 Ionen des anderen Vorzeichens hat. Wird nun ein solches Ion z.B. durch ein elektrisches Feld E in Bewegung gesetzt, so muß es die Ionenwolke mit sich schleppen. Dadurch entsteht eine bremsende Kraft auf das betrachtete Ion, die seine Beweglichkeiten b vermindert. Bis zu einer oberen Grenzfeldstärke $E = 10^5 V/cm$ ist diese Bremskraft der Geschwindigkeit proportional, d.h., es gilt das Ohmsche Gesetz und mithin

$$\varkappa = \text{konst.}$$

Überschreitet aber die Feldstärke diesen kritischen Wert, so kommt die Ionengeschwindigkeit in die Größenordnung von 1 m/s, was zur Folge hat, daß sich die das Ion zurückhaltende Ionenwolke anderen Vorzeichens nicht mehr bilden kann, so daß dann die Geschwindigkeit rascher als mit E proportional ansteigt und damit auch die Leitfähigkeit anwächst. Dieser Effekt wurde tatsächlich von M. Wien beobachtet. Die endliche Aufbauzeit der Ionenwolke hat auch eine Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der zur Messung verwendeten Frequenz zur Folge, die sich oberhalb von etwa 30 MHz experimentell bemerkbar macht. Die Schwingungsdauer wird dann größenordnungsmäßig gleich der Relaxationszeit (= Auf- oder Abbauzeit) der Ionenwolke. Die Bremswirkung der letzteren nimmt also mit steigender Frequenz ab, d.h., die Leitfähigkeit steigt. Die genauere Theorie all dieser Erscheinungen verdanken wir Hückel, Debye, Falkenhagen u.a.

[76] Elektromotorische Kräfte (Urspannungen) in Elektrolyten

1. Die Nernstsche Theorie der Lösungstension: Jedes Metall hat das Bestreben, sich unter Bildung von positiven Ionen in einem Elektrolyten aufzulösen („Lösungstension"). Die Lösungstension ist von Metall zu Metall verschieden und außerdem von der Temperatur und dem Lösungsmittel abhängig. Die Auflösung der Metallionen kommt jedoch bald zum Stillstand, weil sich das Metall bei diesem Prozeß natürlich negativ auflädt, die Ionenwolke im Lösungsmittel dagegen positiv geladen ist. Es entsteht also vor der Metalloberfläche ein elektrisches Feld und damit auch eine die Ionen zum Metall zurücktreibende Kraft. Im stationären Gleichgewicht hält der durch diese Kraft bewirkte sogenannte Feldstrom dem Diffusionsstrom die Waage, so daß die Gleichung

$$- D \frac{dn}{dx} + b E n = 0 \qquad (802)$$

besteht, deren Integration ergibt

$$\ln \frac{n(x)}{n_o} = \frac{b}{D} \int_o^x E \, dx = \frac{-b}{D} U(x) \qquad (803)$$

Dabei ist $n_o = n(0)$ die Ionendichte dicht vor dem Metall und $U(x)$ der sich durch die Lösungstension ausbildende Spannungsabfall. Schematisch zeigt Bild 375 den räumlichen Ionendichteverlauf für

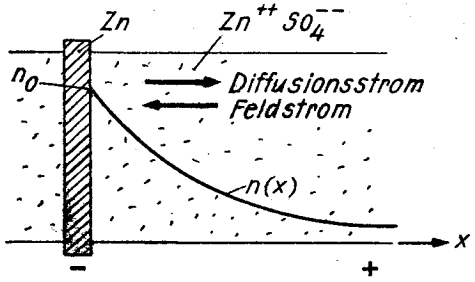


Bild 375
Zur Nernst-Theorie der Lösungstension

den Fall einer in Zinksulfat stehenden Zinkplatte.
Wir benutzen noch den früher (Lbf. 11, Gl.(744b)) abgeleiteten Zusammenhang zwischen b und D

$$\frac{D}{b} = \frac{kT}{q} \tag{804}$$

und gewinnen damit die Beziehung

$$\ln \frac{n(x)}{n_0} = - \frac{q\,U(x)}{kT} \tag{805}$$

Hieraus folgt dann sofort das bekannte Boltzmann-Gesetz:

$$\frac{n(x)}{n_0} = e^{-\frac{q\,U(x)}{kT}} \tag{806}$$

2. Berechnung der elektrolytischen Urspannung: Aus der vorstehenden Gl. (805) folgt für den Spannungsabfall zwischen der Metallelektrode und dem Elektrolyten:

$$|U| = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_L}{n_0} \tag{807}$$

Hierbei ist n_0 die Ionendichte unmittelbar vor dem Metall, die bis auf einen konstanten Faktor gleich der Ionendichte im Metall ist, und n_L die Ionendichte in großer Entfernung vom Metall. Man kann anstatt der Ionendichten n_0 und n_L auch die ihnen entsprechenden sogenannten osmotischen Drücke p_0 und p_L

$$\left.\begin{aligned} p_0 &= n_0\,kT \\ p_L &= n_L\,kT \end{aligned}\right\} \tag{557}$$

einführen (vgl. Lbf. 8, Gl.(557)) und gewinnt dann die Beziehung

$$|U| = \frac{kT}{q} \ln \frac{p_L}{p_0} \tag{808}$$

Bei Zimmertemperatur $T = 300^{\circ}$ K wird also

$$U = \frac{1{,}380 \cdot 10^{-23}\ \text{Ws grad}^{-1}\ 300\ \text{grad}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{As}}\ 2{,}3 \log \frac{p_L}{p_0} = 0{,}0595 \log \frac{p_L}{p_0}\ \text{V} \tag{809}$$

Nicht nur an der Grenze zwischen einer festen (metallischen) Elektrode und der Lösung, sondern auch an inneren Grenzflächen in der Lösung entstehen Urspannungen, wenn auf beiden Seiten der Grenzfläche verschiedene Ionendichten bzw. osmotische Drücke aufrechterhalten werden. Auch für diese EMK gilt sinngemäß die Gl. (809). Da sich jedoch innerhalb einer Flüssigkeit große Dichteunterschiede nicht aufrechterhalten lassen, ist die dadurch erzeugte Urspannung meist gegenüber der an festen Elektroden entstehenden zu vernachlässigen.

3. Galvanische Elemente (Primärelemente): Durch Einbringen einer Zink- und einer Kupferelektrode in verdünnte Schwefelsäure entsteht eine EMK von etwa 1,1 V.

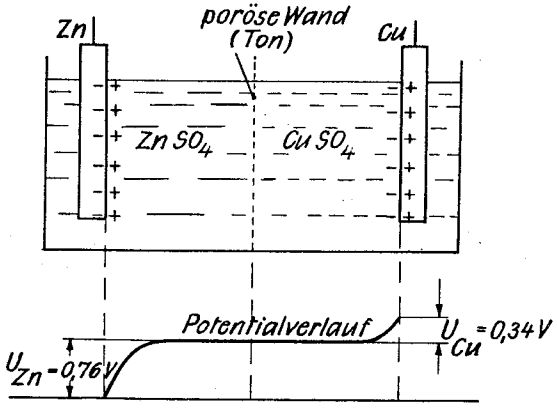


Bild 376
Aufbau und Potentialverlauf des Daniell-Elements

Bild 376 zeigt schematisch den Potentialverlauf in einer solchen als Daniell-Element bezeichneten Anordnung.

Die Urspannung von 1,1 V kommt durch den Aufbau von zwei Polarisationsschichten (Doppelschichten) an den beiden Flächen Cu-Elektrolyt und Zn-Elektrolyt zustande.

4. Akkumulatoren (Sekundärelemente, Sammler): Durch Aufladen eines Bleiplattenpaares in verdünnter Schwefelsäure wird eine unterschiedliche Oberfläche geschaffen. Die Folge davon ist die Entstehung einer Urspannung von etwa 2,0 V. Der chemische Prozeß beim Laden und Entladen läßt sich darstellen durch die Reaktionsgleichung

$$2\,PbSO_4 + 2\,H_2O \underset{\text{Entladen}}{\overset{\text{Laden}}{\rightleftharpoons}} \underbrace{PbO_2}_{\text{Anode}} + \underbrace{Pb}_{\text{Katode}} + \underbrace{2\,H_2SO_4}_{\text{Lösung}}$$

Beim Laden entsteht PbO_2 an der Anode und Pb an der Katode. Nach vollendeter Ladung liegt also ein von PbO_2 und Pb gebildetes

Element vor. Durch Stromentnahme (Entladung) wird der Ladevorgang wieder rückgängig gemacht, wobei sich beide Plattengruppen mit $PbSO_4$ überziehen. Die Dichte der Säure wird dabei entsprechend geringer, so daß der Ladezustand mit dem Dichtemesser (Aräometer) kontrolliert werden kann.

Außer dem Bleisammler hat sich auch der Alkalisammler (Edison) bewährt, bei dem Eisen- und Nickelplatten und verdünnte Kalilauge verwendet werden. Neuerdings werden Kombinationen wie Ni-Cd in KOH und AgO-Zn in zinksaurem Kalium verwendet.

5. Galvanotechnik: Mit Hilfe des elektrischen Stromes werden metallische Niederschläge auf leitend gemachten Gegenständen hergestellt. Die zu überziehenden Gegenstände werden als Katode in ein Gefäß aus nichtleitendem Material gehängt, das mit der Metallsalzlösung (galvanisches Bad) gefüllt ist. Als Anode dient meist eine Platte, ein Gitter oder dgl. aus dem niederzuschlagenden Metall. Nach Einschalten des Stromes schlägt sich das Metall an der Katode nieder. Dieser Niederschlag läßt sich auf manche Grundmetalle direkt, auf andere erst nach galvanischer Auftragung einer Zwischenschicht erzeugen.

Nach dem gleichen Verfahren lassen sich auch metallische Kopien von Holz-, Gips- oder Wachsmodellen herstellen. Man bezeichnet dieses Verfahren als Galvanoplastik. Die nachzubildenden Gegenstände werden hierbei zunächst mit einer feinen Grafitschicht eingestäubt, damit die Oberfläche leitend wird. Dann werden sie wie in der gewöhnlichen Galvanotechnik behandelt. Nach Beendigung des Verfahrens kann der Überzug vom Metall abgehoben und gegebenenfalls mit Weichblei hintergossen werden. So werden beispielsweise von den Wachsplatten die Urmatrizen für die Schallplattenherstellung oder die „Galvanos" für die Druckereien erzeugt.

6. Weitere Anwendungsgebiete der Elektrolyse

a) Gewinnung von Metallen: Aus ihren wäßrigen Lösungen werden Metalle, wie z.B. Cu, Zn, durch elektrolytische Ausscheidung an der Katode niedergeschlagen.

b) Schmelzfluß-Elektrolyse: Aus ihren geschmolzenen Salzen werden die reinen Metalle gewonnen, wie beispielsweise Al aus Al_2O_3. Dem eigentlichen elektrolytischen Prozeß geht zunächst ein Aufschmelzen des Metallsalzes durch äußere Wärmezufuhr voraus. Der Strom hält das Schmelzgut dann flüssig. Als Elektrodenmaterial

dient meist Kohle. Die hohen Stromstärken (viele kA Gleichstrom bei einer Spannung von 7 V) werden durch Hg-Gleichrichter oder ökonomischer durch Kontakt- oder Trockengleichrichter erzeugt.
c) Reinigung von Metallen: Die unreinen Metalle werden in Lösung gebracht und einer Elektrolyse unterworfen. Das reine Metall schlägt sich an der Katode nieder. Nichtmetallische Verunreinigungen werden nicht mit abgeschieden.
Sofern Legierungen oder ähnliches aus Metallen mit verschiedenen Abscheidungsspannungen zusammengesetzt sind, lassen sich auch deren Anteile elektrolytisch trennen.
d) Elektrolyt-Kondensatoren: Durch anodische Belastung [1] von Al bildet sich an der Oberfläche eine dünne nichtleitende Oxydschicht Al_2O_3, die eine sehr hohe elektrische Durchschlagsfestigkeit besitzt. Da der Oxydfilm sehr dünn ist (1 mμ je Volt), besitzt das System eine große Kapazität je Flächeneinheit:

$$C' = 6{,}3 \frac{\mu F}{cm^2} V^{-1}$$

Derartige Kondensatoren dürfen natürlich nur mit Gleichspannung belastet werden, da bei falscher Polarität ein beträchtlicher Strom fließt. Da auch bei richtiger Polung ein nicht zu vernachlässigender Reststrom auftritt, ist die Verwendbarkeit der Elektrolyt-Kondensatoren eingeschränkt. Bei guten Kondensatoren beträgt der Reststrom etwa

$$i_R = 5 \cdot 10^{-8} \text{ A/cm}^2$$

Anstelle von Al wird neuerdings Tantal verwendet. Dieses besitzt eine geringere chemische Aktivität als Al und somit eine größere Stabilität sowie geringere Empfindlichkeit gegenüber Verunreinigungen, die bei Al peinlichst vermieden werden müssen.
Ta-Kondensatoren weisen infolge der noch dünneren Oxydschicht (Ta_2O_5) eine etwas größere spezifische Kapazität auf, nämlich

$$C' = 8{,}0 \frac{\mu F}{cm^2} V^{-1}$$

Die obere Spannungsgrenze liegt bei rund 500 V.

---

1) Formieren: Bei konstanter Stromstärke wird die Anodenspannung zeitproportional bis auf maximal 500 V gesteigert.

7. Kapitel: Elektrizitätsleitung in festen Körpern

[77] Metallische Leitung

1. Grundsätzliches: In Metallen sind freie Elektronen vorhanden. Sie bewegen sich quasifrei zwischen den positiven Ionen des Gitters, ohne daß ein Austritt aus dem Metall möglich ist. Beim Anlegen eines elektrischen Feldes E entsteht ein Konvektionsstrom von Elektronen, also ein unipolarer Strom. Die Stromdichte wird daher

$$G = n^- q u^- = n^- q b^- E = \varkappa E, \tag{810}$$

und da die Elektronenbeweglichkeit b^- vom Felde E unabhängig ist, gilt das Ohmsche Gesetz.
Mithin ergibt sich für die Leitfähigkeit unter Berücksichtigung von (738a)

$$\varkappa = n^- q b^- = \frac{1}{2} n q^2 \frac{\lambda}{m v} \tag{811}$$

Für Metalle wird n = konst. Beispielsweise gilt für Kupfer: $n = 8{,}5 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$. Trotz der Unipolarität des Stromflusses existieren keine Raumladungen, da die Ladung der Elektronen durch die positiven Ionen des Gitters genau kompensiert wird.
2. Temperaturabhängigkeit: Der spezifische Widerstand $\varrho = \frac{1}{\varkappa}$ von Metallen steigt in erster Näherung proportional mit T an.
Bei Anwendung der klassischen Betrachtungsweise (Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen) würde die Temperaturabhängigkeit R = f(T) vorwiegend in der thermischen Geschwindigkeit v zu suchen sein. Infolge der konstanten Elektronendichte n läge dann die gesamte T-Abhängigkeit in der Beweglichkeit b der Elektronen, d.h., es würden mit Gl. (566) die Proportionen gelten

$$\varrho = \frac{1}{\varkappa} \sim \frac{1}{b} \sim v \sim \sqrt{T} \tag{812}$$

Wie früher (Seite 457) bereits besprochen, ist jedoch das Elektronengas in Metallen entartet, d.h., es ist die Fermiverteilung anzuwenden. Danach haben alle Elektronen innerhalb mäßiger Temperaturen eine konstante Geschwindigkeitsverteilung der Schwirrbewegung, so daß die gesamte T-Abhängigkeit durch die mittlere freie Weglänge der Elektronen gedeutet werden muß.

In einem idealen, also ungestörten Gitter müßte $\lambda = \infty$ sein. Dies folgt sofort anschaulich und ist wellenmechanisch begreifbar, wenn das Problem als Wechselwirkung zwischen Gitter und Elektronenwellen betrachtet wird. Jede Gitterstörung verringert aber die freie Weglänge. Solche Gitterstörungen sind auch im idealen Gitteraufbau durch die Temperaturschwingungen der Gitterpunkte (Ionen) gegeben. Da mit steigendem T die Amplituden und damit auch die Störungen der Elektronenwellen größer werden, muß sich also λ verringern. Die T-Abhängigkeit des Widerstandes ist damit geklärt.

3. Zur Sommerfeldschen Theorie des freien isotropen Elektronengases: Durch Anwendung der Fermiverteilung (Bild 248), also der wellenmechanischen Theorie, hat Sommerfeld die metallische Leitfähigkeit $\varkappa$ in erster Näherung berechnet zu

$$\varkappa = \frac{q^2 \lambda n}{m v_0} \tag{813}$$

Abgesehen vom Zahlenfaktor 1/2, stimmt dieser Ausdruck mit Gl.(811) überein. Während dort allerdings die Geschwindigkeit v im Nenner den Mittelwert der thermischen Elektronengeschwindigkeit darstellt, bedeutet v_0 in Gl. (813) eine konstante Geschwindigkeit, nämlich die der Fermikante μ entsprechende. Es gilt also

$$\frac{m}{2} v_0^2 = q\mu \tag{814}$$

Für einen Wert $\mu = 7$ eV (z.B. in Cu) folgt daraus:

$$v_0 \approx 1{,}6 \cdot 10^6 \text{ m/s} \tag{815a}$$

Dieser Wert liegt weit über dem klassisch errechneten, der bei Zimmertemperatur nur etwa

$$\bar{v} \approx 10^5 \text{ m/s} \tag{815b}$$

betragen würde. Da nun aber in beiden Fällen die gleiche Elektronendichte n vorliegt - sie ist gleich der Ionendichte im Kristall - muß bei quantitativer Übereinstimmung angenommen werden, daß die freie Weglänge λ der Elektronen weitaus größer ist, als sie nach der klassischen Theorie erforderlich wäre.

Abgesehen von der sehr geringfügigen Auflockerung der Fermikante bei sehr hohen Temperaturen ist v_0 jetzt nicht mehr von der Temperatur abhängig. Das bedeutet, daß Sommerfeld den gesamten

Temperaturgang der Leitfähigkeit in die Größe λ verlegen mußte. Experimentell läßt sich λ abschätzen, wenn man die Leitfähigkeit von Drähten mißt, deren Durchmesser in der Größenordnung von λ liegt. Es müssen sich dabei Abweichungen des $\varkappa$-Wertes gegenüber dem massiven Metall ergeben.
Derartige Messungen sind an Drähten von nur 1 μ Durchmesser[1] ausgeführt worden und ergaben Werte von

$$\lambda = 650 \text{ Å}$$

Im Sinne obiger Formel ist dieses Ergebnis nur zu verstehen, wenn die Dichte n der freien Elektronen geringer ist als die Dichte der Atome. Rechnerisch ergibt sich ein Dichteverhältnis von 0,58, d.h., nur 58 % aller von den Cu-Atomen abgegebenen Elektronen stehen als freie Leitungselektronen zur Verfügung. Im Zusammenhang mit dem Energiebänder-Modell kommen wir darauf zurück (vgl. [81]).

[78] Der Einfluß von Gitterfehlern

1. Wellenmechanische Betrachtungsweise der Elektronenleitung in Kristallen: Die großen freien Weglängen der Elektronen sind eine Folge ihrer Welleneigenschaft (vgl. [45]). Die Gitterpunkte wirken als Streuzentren, d.h., die Materiewellen werden wie Röntgenstrahlen in einem Kristall gestreut. Theoretische Überlegungen zu diesem Streuvorgang ergeben, daß im Falle eines idealen Gitters von den Materiewellen keine Energie auf dieses übertragen wird, da die gesamte einfallende Energie wieder zerstreut wird.
Vom Standpunkt der Elektronenleitung aus betrachtet, bedeutet dies, daß keine Joulesche Wärme, also auch kein Ohmscher Widerstand, auftreten kann. Der Ohmsche Widerstand eines Metalles wird damit zu einer gewissermaßen pathologischen Erscheinung, deren Existenz an die Gitterfehler geknüpft ist.
2. Typische Gitterfehler und ihre Auswirkungen: Praktisch stets vorhandene Gitterfehler sind
a) die thermische Bewegung der Ionen (Schwingungen),
b) in das Gitter eingebaute und dieses deformierende Verunreinigungen (Legierungen),

1) elektrolytisch poliert.

c) durch mechanische Bearbeitung (Walzen, Recken, Ziehen, Hämmern usw.) verursachte Verformungen des Gitters. Sie lassen sich durch Rekristallisierung (langes Tempern) zum Teil wieder beseitigen. Gitterfehler gestatten eine qualitative Deutung der oben erwähnten Befunde bei der metallischen Leitung. So führt beispielsweise die genauere Rechnung auf die tatsächlich beobachtete Temperaturabhängigkeit. Die Theorie der „Supraleitung", d.h. der Erscheinung, daß der Widerstand vieler Metalle und auch Halbleiter bei Temperaturen dicht oberhalb des absoluten Nullpunktes praktisch vollkommen verschwindet, ist allerdings noch nicht einwandfrei möglich.

[79] Das Energiebänder-Modell

1. Bänderspektrum eines Kristalls: Vom Bau des Atoms wissen wir, daß alle Elektronen eines Atoms an bestimmte diskrete Plätze (Energieniveaus) verwiesen sind. Die Bindung ist um so fester, je näher das Elektron am Atomkern bzw. Atomrest sitzt. Es sei hierbei auf die Anordnung in Elektronenschalen K, L, M usw. entsprechend Bild 237 (Lehrbrief 8) hingewiesen. Jedes Elektron ist durch seine Bindungsenergie charakterisiert.

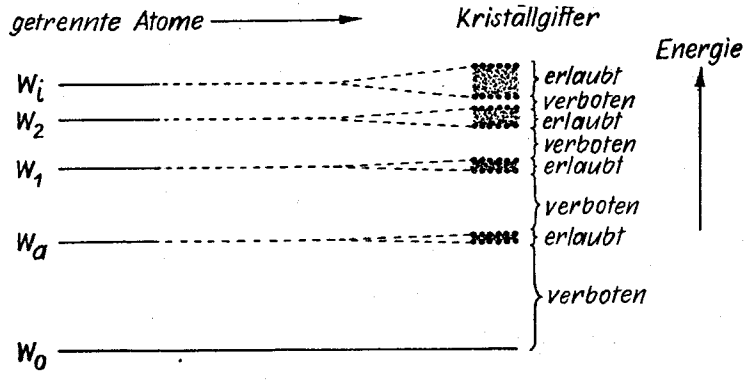


Bild 377
Aufspalten der Terme zu Bändern beim Zusammenführen anfänglich getrennter Atome

Diese variiert nicht stetig, sondern besitzt diskrete Werte. Nach dem Pauli-Prinzip haben in jedem diskreten Energieniveau 2 Elektronen Platz, die sich voneinander nur noch durch die Spinrichtung unterscheiden. Im obersten besetzten Energieniveau befinden sich

die für die chemische Wertigkeit verantwortlichen Valenzelektronen. Rücken nun zur Bildung des kompakten Kristalls eine Vielzahl von Atomen dicht aneinander, so werden die einzelnen Energieniveaus infolge von Wechselwirkungsenergien zu Bändern verbreitert (vgl. Bild 377). Um nun aus der Elektronenanordnung in den Energiebändern Schlüsse auf die Leitfähigkeit zu ziehen, gehen wir von folgender grundsätzlichen Feststellung aus:

Ein voll besetztes Energieband kann keinen Beitrag zur Leitfähigkeit geben, sondern nur ein teilweise besetztes.

Die Begründung hierfür liegt in folgendem: Durch Anlegen eines elektrischen Feldes werden Elektronen bis zur Driftgeschwindigkeit $u = b\,E$ beschleunigt, wozu also eine Energieaufnahme der Elektronen erforderlich wäre. Diese ist ihnen aber versagt, wenn sie einem vollen Band angehören, denn in diesem ist eben kein zusätzliches Energieniveau mehr verfügbar. In einem nicht voll besetzten Band dagegen kann eine beliebig kleine Auflockerung der Elektronen erfolgen, d.h., die Elektronen können zusätzliche Energie aufnehmen.

Dieses Modell gestattet nun, aus der Lage der Energiebänder auf die Leitfähigkeit zu schließen (hierzu Bild 378).

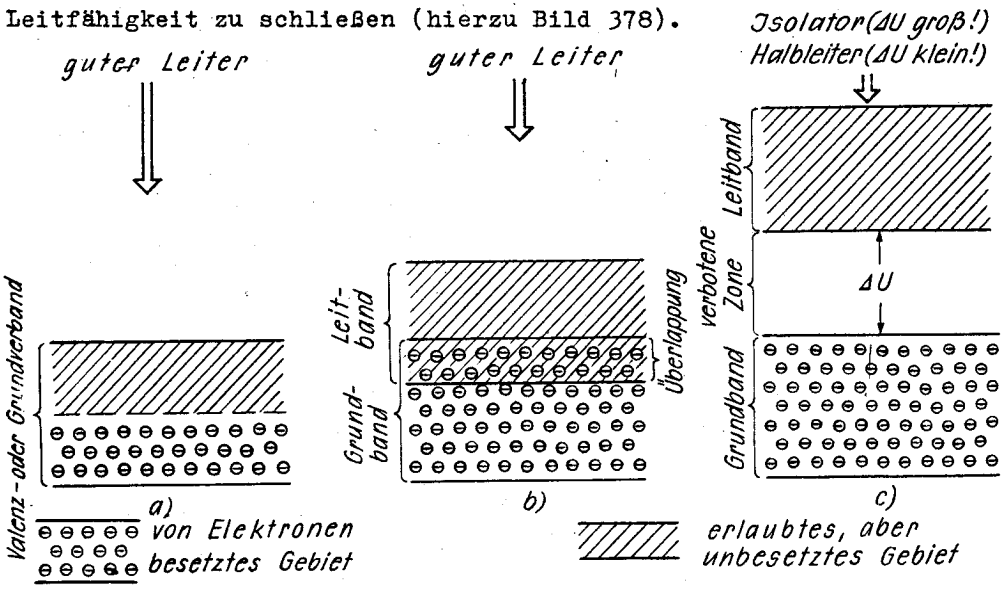


Bild 378
Energiebänder-Modell zur Deutung der Leitfähigkeitstypen der festen Körper

a) Das oberste nicht leere Band ist nur von einem Elektron je Atom besetzt, obwohl deren zwei Platz hätten (Bild 378a). Das Band ist also gerade zur Hälfte besetzt, die in ihm enthaltenen Elektronen ergeben also eine gute Leitfähigkeit. Es ist dies der Typus aller einwertigen Metalle, also der gut leitenden Alkalimetalle, und wahrscheinlich trifft diese Vorstellung auch auf drei- und fünfwertige Metalle wie Al bzw. Mo zu.
b) Der Abstand zwischen dem vollen Grundband und dem leeren Leitband ist so gering, daß sich beide Bänder überlappen (Bild 378b). Infolgedessen gehören einige Elektronen des Grundbandes auch dem Leitband an. Dadurch wird die zwischen dem Grundterm und dem ersten Anregungsterm liegende sogenannte „verbotene Zone" (vgl. Bild 378c) überbrückt. Es entsteht so die Leitfähigkeit der 2n-wertigen Metalle, insbesondere der zweiwertigen Erdalkalien, der vierwertigen Bi und Sn sowie der sechswertigen Schwermetalle W und Cr. Der Grad der Überlappung bestimmt die Zahl der die Leitfähigkeit des Kristalles bewirkenden Elektronen.
c) Das Grundband ist voll besetzt, das darüberliegende Leitband ganz leer. Zwischen beiden Bändern besteht keine Überlappung. In diesem Falle haben wir einen Isolator vor uns. Die Güte der Isolation hängt von der Breite der verbotenen Zone ΔU ab (Bild 378c).

2. Der Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit von Halbleitern und Isolatoren: Wie oben schon erwähnt, hängt die Güte der Isolation von der Breite der verbotenen Zone ΔU ab, denn nach dem Boltzmann-Prinzip besteht bei $T > 0$ auch in einem „leeren" Energieband (Leitband) eine gewisse Elektronendichte n_L. Sie ist durch

$$n_L = n_V \, e^{-\frac{q\,\Delta U}{kT}} \tag{816}$$

gegeben und steigt mit der Temperatur sehr steil an (n_V = Elektronendichte im Valenzband). Diese zwar nur kleine Anzahl von Elektronen verursacht schon eine geringe Leitfähigkeit, die um so kleiner ist, je größer der Energiesprung ΔU und je geringer die Temperatur T wird.

Halbleiter haben eine typische Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit $\varkappa$. Da die Elektronendichte n_L im Leitband durch die Boltzmann-Verteilung (816) gegeben ist, muß auch für die

Leitfähigkeit $\varkappa$ gelten

$$\varkappa = \text{konst.}\ e^{-\frac{q\,\Delta U}{kT}} \tag{817}$$

Durch Auftragen von ln $\varkappa$ gegen 1/T ergibt sich eine Gerade, aus deren Neigung die Breite der verbotenen Zone ΔU ermittelt werden kann. Für technisch wichtige Halbleiter-Werkstoffe gilt folgende Aufstellung:

Werkstoff	$U/_V$	Verwendungszweck
Ge	0,75	Gleichrichter, Transistoren
Si	1,12	Gleichrichter, Transistoren
Se	0,6	Gleichrichter
$Cu_2\,O$	0,6	Meßgleichrichter
UO_2	0,25	temperaturabhängige Widerstände (Urdox) Thermistoren

Sehr gute Isolator-Werkstoffe sind dagegen

Diamant mit $\Delta U = 7$ V und
Bor mit $\Delta U = 2$ V.

3. Prinzip der Lochleitung: Wird aus dem Grund- oder Valenzband ein Elektron entfernt, so entsteht ein Loch (Defektelektron). Ein benachbartes Elektron erhält dann die Möglichkeit, in dieses Loch einzurücken, läßt aber seinerseits auch wieder ein „Loch" entstehen. Auf diese Weise wandert das Loch in Feldrichtung und das jeweils auffüllende Elektron entgegen der Feldrichtung (vgl. Bild 379).

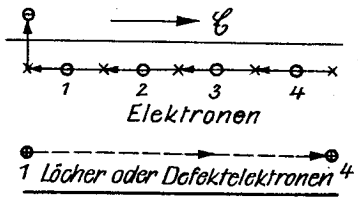


Bild 379
Prinzip der Lochleitung (schematisch)

Im Leitband wandern also Elektronen, im Valenzband Löcher (Defektelektronen). Der Gesamtstrom folgt wie bei Elektrolyten oder im Plasma durch Überlagerung. Es gilt also

$$\varkappa = q(n^+ b^+ + n^- b^-) = q\, n(b^+ + b^-) \tag{818}$$

Die in Feldrichtung wandernden Defektelektronen können als positive Ladungsträger aufgefaßt werden. Man spricht in diesem Falle von einer p-Leitung. Der Vorgang der entgegen der Feldrichtung wandernden Elektronen wird dagegen als n-Leitung bezeichnet. Während die Dichte der beiden Trägersorten gleich ist ($n^+ = n^- = n$), sind die Beweglichkeiten verschieden. Es gilt stets

$$b^- > b^+ \tag{819}$$

Folgende Zahlen geben dafür ein Beispiel:
einheitliche Halbleiter-Werkstoffe, wie

Ge: $b^- = 0{,}36\ m^2/Vs$; $b^+ = 0{,}18\ m^2/Vs$

Si: $b^- = 0{,}19\ m^2/Vs$; $b^+ = 0{,}0425\ m^2/Vs$

Verbindungen aus der III. und V. Spalte des periodischen Systems, wie

In - As: $b^- = 2{,}3\ m^2/Vs$; $b^+ \approx 10^{-2}\ m^2/Vs$

In - Sb: $b^- = 6{,}5\ m^2/Vs$; $b^+ \approx 0{,}07\ m^2/Vs$

Die zuletzt genannten Verbindungen haben extrem hohe Elektronenbeweglichkeiten. Sie zeigen, da die Hallkonstante

$$R = \varrho\, b$$

mit der Beweglichkeit proportional ist, einen so großen Halleffekt, daß damit meßtechnisch verwertbare Leistungen möglich sind. Entsprechende Meßanordnungen nennt man Hall-Generatoren.

[80] Störstellenleitung

1. Der Einbau von Fremdatomen im Gitterverband: Alle bisherigen Betrachtungen beschreiben nur die sogenannte Eigenleitung. Diese ist nur an sehr reinen Stoffen zu beobachten. Nur für die Eigenleitung (s.auch Bild 380) gilt das Exponentialgesetz (817) für den Zusammenhang zwischen Leitfähigkeit und Temperatur, der überwiegend durch die Temperaturabhängigkeit der Trägerdichten n und p im Sinne des Boltzmannfaktors zu erklären ist. Demgegenüber können alle anderen Größen (z.B. λ und v_0) als konstant angesehen werden.

Nicht extrem reine Halbleitermaterialien zeigen nun bei niedrigen Temperaturen Abweichungen vom Exponentialverlauf der Eigenleitung (Bild 380). Dieser Umstand erfordert eine Erweiterung des Halbleitermodells, in der die sogenannte Störstellenleitung Berücksichtigung findet.

Man stellt sich unter Störstellen den Einbau von Fremdatomen im Metallgitter, insbesondere an Hauptgitterplätzen, seltener an Zwischengitterplätzen, vor. Die Fremdatome können sowohl elektropositiv als auch elektronegativ sein. Die ersteren geben leicht ein Elektron ab, das dann dem Leitband angehört, also als freies Elektron erscheint und als solches Stromträger werden kann. Diesen Typ der Leitung nennt man N-Leitung, die elektronenspendenden Störstellen heißen Donatoren. Umgekehrt haben elektronegative Verunreinigungen die Tendenz, je ein gebundenes Elektron an sich zu ziehen und so zu einem negativen Ion zu werden, das aber fest im Gitter verankert bleibt und daher keinen Beitrag zur Stromleitung liefern kann. Durch das Anlagern eines gebundenen Elektrons entsteht jedoch ein Loch (Defektelektron), das seinerseits in der oben beschriebenen Weise (Bild 379) in Feldrichtung wandern und daher einen Strom tragen kann. Diese Art Leitung heißt P-Leitung, und die elektronenbindenden Störstellen nennt man Akzeptoren.

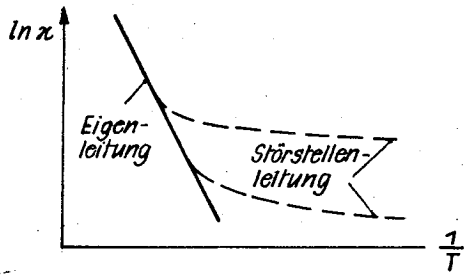


Bild 380
Temperaturabhängigkeit der Eigen- und Störstellenleitung

Da die zur Abspaltung eines Elektrons von einem Donator und auch die zur Anlagerung eines Elektrons an einen Akzeptor erforderliche Energie nur gering ist, muß man sich die Niveaus der Störstellen dicht unterhalb des Leitbandes bzw. dicht über dem Valenzband vorstellen, wie dies Bild 381 schematisch zeigt.

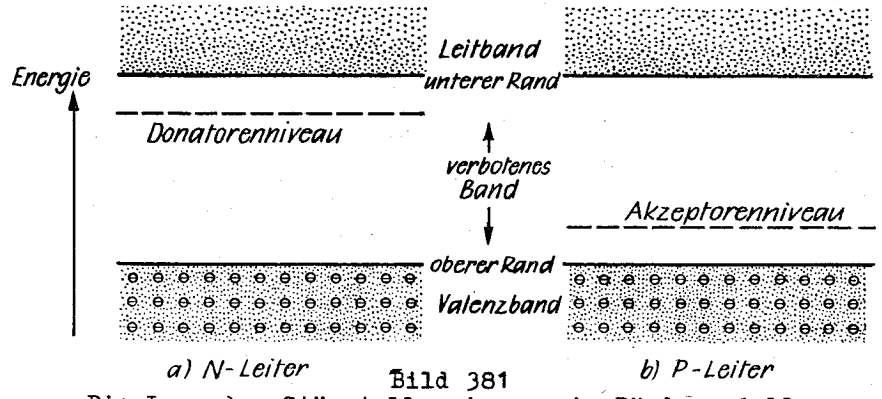
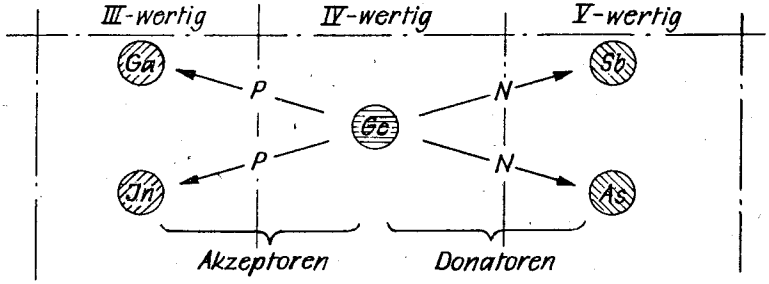


Bild 381
Die Lage der Störstellenniveaus im Bändermodell

Welche Verunreinigungen elektropositiv bzw. elektronegativ sind und daher Donatoren bzw. Akzeptoren liefern, ist aus der Stellung der Elemente im periodischen System ersichtlich.
Typische Halbleiter-Werkstoffe sind die Elemente der IV. Spalte, also die vierwertigen Elemente. Verunreinigungen mit höherwertigen Elementen der V. Spalte ergeben Donatoren, weil je ein Überschußelektron als freies Elektron abgegeben wird. Umgekehrt liefern die Elemente der Spalte III Akzeptoren. Ausgehend von extrem reinem Grundstoff (Ge oder Si), kann man also allein durch passende „Dotierung" desselben mit Verunreinigungen eine N-Leitung bzw. P-Leitung erzielen [1]. Speziell im Falle des Ge dienen dazu die in den benachbarten Spalten des periodischen Systems stehenden Elemente Ga oder In als Akzeptoren und Sb oder As als Donatoren.
Vgl. folgendes Schema:



Reines Ge: Eigenleiter mit exponentiellem Temperaturgang (vgl. auch Bild 380)

Ge + Sb:
Ge + As: N-Leiter mit überwiegender Elektronenleitung

Ge + Ga:
Ge + In: P-Leiter mit überwiegender Lochleitung

Bei jeder beliebigen Dotierung besteht eine einfache Beziehung zwischen der Konzentration der Elektronen (n) und der Konzentration der Löcher (p). Sie folgt aus dem Massenwirkungsgesetz, und zwar aus dem stationären Gleichgewicht zwischen Ionisation („Paarbildung") und Rekombination. Die Ionisation ist in ihrer Rate (Zahl je s und m^3) von n und p völlig unabhängig. Sie ist eine reine Temperatur-Funktion

$$Z_i = f(T)$$

1) Vgl. auch Übungsaufg. zum 7. Kapitel.

Die Rekombinationsrate dagegen ist sowohl der Dichte n als auch der Dichte p proportional. Es gilt also

$$Z_r = n\ p\ g(T)$$

Das stationäre Gleichgewicht $Z_i = Z_r$ lautet somit

$$n\ p = \frac{f(T)}{g(T)} = F(T) \tag{820}$$

Wird also durch Zusatz von Störatomen die eine Komponente - beispielsweise n - an irgendeiner Stelle des Kristalls erhöht, so sinkt p an dieser Stelle automatisch so weit ab, daß obige Beziehung (Gl.(820)) stets erfüllt ist.
Auch an den von Verunreinigungen völlig freien Stellen des Kristalls gilt das Massenwirkungsgesetz in der Form $n\ p = F(T)$.
Da jedoch in diesem Falle $p = n = n_i$ ist, läßt sich schreiben

$$p\ n = n_i^2 = F(T) \tag{821}$$

Dabei ist n_i die sogenannte Inversionsdichte.
Mit Beachtung von Gl. (820) können wir dann auch für den Fall eines beliebig dotierten Halbleiters schreiben

$$p\ n = n_i^2, \tag{820a}$$

nur ist jetzt natürlich allgemein $p \neq n \neq n_i$.

2. Der Halbleiter als Gleichrichter

a) Der P-N-Übergang im stromlosen Zustand: Bringt man einen P-leitenden Halbleiter mit einem N-leitenden in engen Kontakt, so erhält man einen sogenannten „P-N-Übergang". Praktisch erzeugt man solche P-N-Übergänge dadurch, daß man, ausgehend von einem sehr reinen Material, die eine Hälfte mit Donatoren, die andere mit Akzeptoren versieht. Es läßt sich zeigen, daß eine solche Übergangsschicht im Gegensatz zu einem homogen dotierten Stoff ein nichtohmsches Verhalten zeigt, und zwar tritt eine ausgesprochene Gleichrichterwirkung zutage, die z.B. im Falle des Selen- oder Kupferoxydul-Gleichrichters ohne Kenntnis der physikalischen Grundlagen schon seit Jahrzehnten praktisch ausgenutzt wird.
Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall des P-N-Überganges: Die Dichte der Störstellen (P(x) bzw. N(x)) soll symmetrisch verteilt sein, und zwar soll bei x = 0 die Störstellenart unstetig das Vorzeichen wechseln. Dabei möge jedoch die Dichte rechts

und links von x = 0 den gleichen Betrag haben. Mit einer Störstellenkonzentration von

$$N_{x>o} = P_{x<o} = 10^{16}\ cm^{-3} \quad 1)$$

und der Inversionsdichte

$$n_i = 10^{13}\ cm^{-3}$$

ergibt sich also für P(x) und N(x) der im Bild 382 (Mitte) stark eingezeichnete Verlauf.

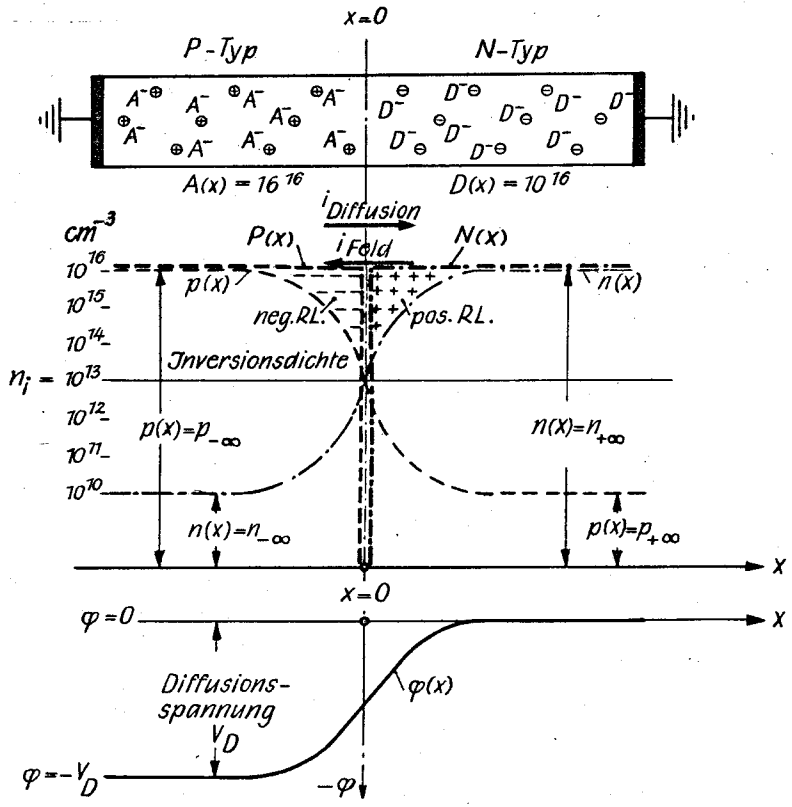


Bild 382
Konzentrationsverteilung und Potentialverlauf in einer P-N-Schicht im stromlosen Zustand (thermisches Gleichgewicht)

1) Bei dieser Konzentration sind die betrachteten Störstellen im Ge-Kristall außer bei ganz tiefen Temperaturen alle dissoziiert.

Im Gegensatz dazu sind die von den Verunreinigungen abgespalteten Träger frei beweglich, ihre Dichte unterliegt lediglich der Beziehung

$$n(x)\ p(x) = n_i^2$$

Die Trägerdichten müssen aber stetige Funktionen von x sein, da sonst unendlich hohe Dichtegradienten und demzufolge unendlich große Diffusionsströme im Halbleiter entstehen müßten. Die mutmaßlichen Verteilungsfunktionen $p(x)$ und $n(x)$ sind schematisch im Bild 382 als gestrichelte bzw. als strichpunktierte Kurve eingezeichnet. Bei $x = 0$ sind wegen der Symmetrie beide Dichten einander gleich und gleich der Inversionsdichte. Nun folgt aus dieser Verteilung aber sofort, daß im Halbleiter Stellen vorhanden sind, an denen die Raumladungen der Störstellen nicht durch die der Träger kompensiert werden, wie das im homogen dotierten Stoff stets der Fall ist. Man sieht aus Bild 382[1], daß für $x < 0$ die Dichte der Akzeptoren größer ist als die der positiven Löcher - die Raumladung der Elektronen spielt in diesem Gebiet quantitativ keine Rolle - , so daß hier eine negative Überschußladung existiert. Umgekehrt haben wir für alle $x > 0$ eine positive Überschußladung.

Unter Beachtung der Verknüpfung zwischen Raumladung und Potentialverlauf gemäß der Poissonschen Gleichung (für ein eindimensionales Feld)

$$\Delta\varphi = \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\varrho(x)}{\varepsilon_0} \qquad (822)$$

ergibt sich dann ein Potentialverlauf $\varphi(x)$, wie ihn die Kurve im unteren Teil des Bildes 382 schematisch zeigt.

Obwohl kein Strom durch die Anordnung fließt, bildet sich doch eine innere Spannungsdifferenz zwischen den beiden verschieden dotierten Hälften aus, die man als „Diffusionsspannung" V_D bezeichnet. Diese Bezeichnung hat folgenden Grund: Würde die Spannungsdifferenz V_D nicht existieren, so müßte infolge des Dichtegefälles der Träger dp/dx bzw. dn/dx ein Diffusionsstrom beider Trägersorten entstehen, der beide Hälften verschieden aufladen würde.

1) Es ist zu beachten, daß alle Konzentrationen logarithmisch aufgetragen sind!

Durch diese Aufladung und das damit entstehende innere elektrische Feld wird aber auf die Träger eine Kraft ausgeübt, die sie an der weiteren Diffusion hindert. Im Gleichgewicht halten sich dann Diffusionskraft und Feldkraft die Waage, und wir erhalten aus dieser Bedingung wieder die Boltzmannverteilung der stationären Trägerdichten:

$$p(x) = p_{-\infty}\, e^{-\frac{|q|\,(V_D + \varphi(x))}{kT}} \tag{823a}$$

bzw.

$$n(x) = n_{+\infty}\, e^{\frac{|q|\,\varphi(x)}{kT}} \tag{823b}$$

Für die Inversionsdichte folgt daraus:

$$n_i = \sqrt{p(x)\; n(x)} = \sqrt{n_{+\infty}\; p_{-\infty}}\; e^{-\frac{|q| V_D}{2\,kT}} \tag{824}$$

Die Inversionsdichte ist also, wie es sein muß, von x unabhängig. Für die Diffusionsspannung ergibt sich aus Gl. (823b)

$$V_D = \frac{kT}{|q|} \ln \frac{n_{+\infty}}{n_{-\infty}}, \tag{825}$$

denn für $x = -\infty$ wird $\varphi(x) = -V_D$.
Im vorliegenden Fall wäre also (bei $T = 300^\circ$ K)

$$V_D = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{VAs/grad} \cdot 300\ \text{grad}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{As}} \ln \frac{10^{16}}{10^{10}} = \underline{0{,}36\ \text{V}}$$

b) Der stromdurchflossene P-N-Übergang: Was ändert sich nun an den unter a geschilderten Verhältnissen, wenn beispielsweise an der linken Seite des Ge-Kristalls eine positive Spannung $+ V_f$ anliegt und das Potential der rechten Seite durch Erdung festgehalten wird? Die Potentialstufe beträgt jetzt nicht mehr V_D, sondern verringert sich auf $V_D - V_f$ (s. Bild 383, Mitte). Zum Aufbau dieser erniedrigten Stufe gehört aber eine diffuse Doppelschicht mit geringeren Raumladungen als vorher. Die Konzentrationen $p(x)$ und $n(x)$ müssen demzufolge ihre Neutralwerte $p_{-\infty}$ und $n_{+\infty}$ etwas weiter in die Übergangsschicht hinein verschieben, als es im stromlosen Zustand der Fall war (s. Bild 383, oben). Damit wird aber auch das Stromgleichgewicht gestört, der Diffusionsstrom überwiegt, und die

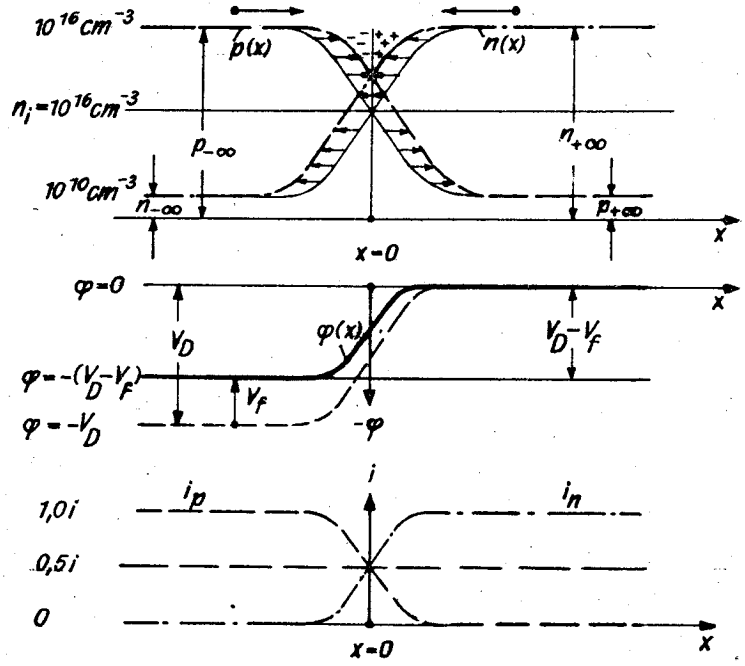


Bild 383
Konzentrationsverteilung, Potentionalverlauf und Aufteilung des Gesamtstromes in einer P-N-Schicht bei Polung in Flußrichtung

Konzentrationen p(0) und n(0) sind größer als die Inversionsdichte n_i. Es ergibt sich folglich eine Abweichung vom Massenwirkungsgesetz (Gl.(821)) in der Form

$$p\,n > n_i^2$$

Diese Abweichung bedeutet, daß überall in der Übergangsschicht die Rekombination die Neubildung (Paarbildung) überwiegt.
Die Erklärung dafür ist folgende: Die Potentialerhöhung am linken Ende des Kristalls treibt die positiven Defektelektronen des P-Teils von links nach rechts auf die Übergangsschicht zu. Die negativen Elektronen des N-Teils werden von der linken positiven Elektrode angezogen und fließen somit ebenfalls auf die Übergangsschicht zu. Die Konzentrationen n und p steigen also in der Übergangszone an. Dadurch erhöht sich aber dort auch die mit np steigende Rekombinationsrate, wogegen die Neuerzeugung wegen ihrer

Konzentrationsunabhängigkeit konstant bleibt. Im stationären Zustand wird der Überschuß der Rekombination über die Neuerzeugung durch von beiden Seiten her in die Übergangsschicht einströmende Träger gerade gedeckt. Innerhalb der Schicht geht also der im linken P-Teil nur aus Defektelektronen bestehende Gesamtstrom über in einen reinen Elektronenstrom i_n (s. Bild 383, unten [1]).
Da die erhöhten Trägerdichten des P- und N-Teils von den auf die Übergangsschicht zufließenden Defekt- und Leitungselektronenströmen gewissermaßen mitgeschleppt werden, entsteht in der P-N-Schicht gegenüber dem stromlosen Fall eine Widerstandsverminderung. Damit entsprechen aber die genannte Polung und die Richtung des konventionellen Stromes von links nach rechts der Flußbelastung des Gleichrichters.
Es ergibt sich von selbst, daß die umgekehrte Richtung des konventionellen Stromes den Fall der Sperrbelastung der P-N-Schicht (Sperrschicht) darstellt. Um eine Stromrichtung von rechts nach links durch den Kristall zu erzielen, muß an den linken P-Teil ein negatives Potential $-U_{Sp}$ angelegt werden. Die Potentialstufe in der Übergangszone vergrößert sich auf $V_D + U_{Sp}$ und erfordert demgemäß zu ihrem Aufbau mehr Raumladungen als im stromlosen Fall. Diese können nur durch Verbreiterung der trägerverarmten Übergangsschicht erzielt werden (s. Bild 384, oben).

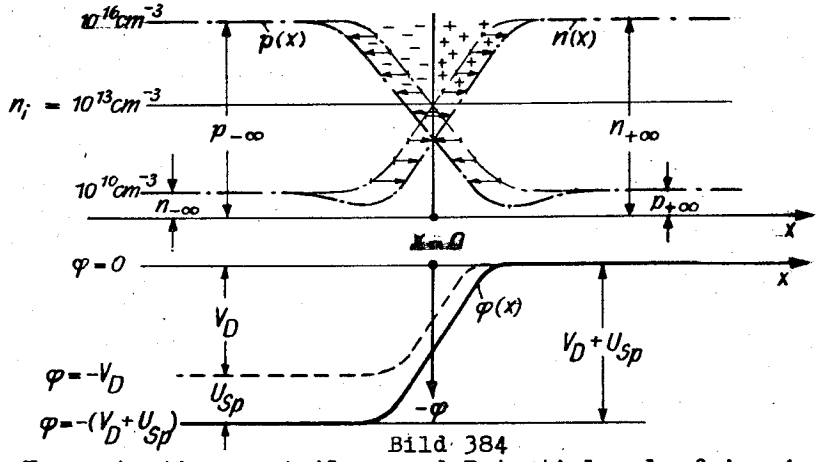


Bild 384
Konzentrationsverteilung und Potentialverlauf in einer P-N-Schicht bei Polung in Sperrichtung

1) Hier sind die Ordinatenwerte nicht mehr logarithmisch aufgetragen!

Die Folge davon ist eine Widerstandserhöhung (Sperrfall). Wären im P-Teil nur Defektelektronen und im N-Teil nur Elektronen vorhanden, so müßte der Strom in Sperrichtung gleich Null sein. Da jedoch auch Minoritätsträger [1] existieren, kann ein wegen der geringen Dichte derselben allerdings nur geringer Sperrstrom fließen. Damit ist die Gleichrichterwirkung von P-N-Schichten hinreichend erklärt.

[81] Technische Anwendungen von P-N-Schichten

1. Selengleichrichter: Den schematischen Aufbau eines Selengleichrichters zeigt Bild 385. Er besteht aus einer vernickelten Fe- oder Al-Grundelektrode. Darauf ist eine kristalline Se-Schicht aufgebracht, die wiederum mit einer Deckelektrode aus Zinn-Cadmium (Sn-Cd) bedeckt ist. Die Durchlaßrichtung zeigt von der Grund- zur Deckelektrode. Die Stromspannungskennlinie (Bild 386) zeigt, daß in der Richtung vom Al oder Fe zum Sn-Cd große Ströme bei nur kleinem Spannungsverlust durchgelassen werden, wogegen in der umgekehrten Richtung trotz großer Spannungen der Stromfluß bis auf einen kleinen Rest gesperrt ist.

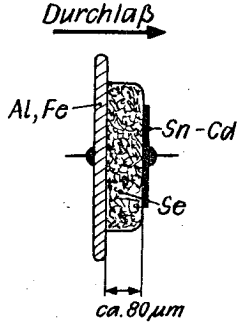


Bild 385
Schematischer Aufbau eines Selengleichrichters

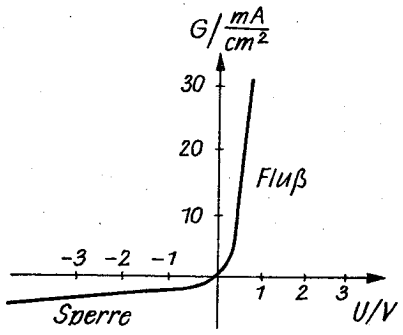


Bild 386
Ideale Stromspannungskennlinie eines Selengleichrichters

1) Minoritätsträger sind Elektronen in P-Leitern und Defektelektronen in N-Leitern, also diejenige Trägersorte, die in dem betrachteten Leiter- bzw. Halbleitertyp in der Minderheit ist. Im umgekehrten Fall spricht man von Majoritätsträgern.

Die Wirkungsweise des Selengleichrichters ist folgende:
Se ist, nach den üblichen Fabrikationsmethoden behandelt, ein P-Leiter. Die Cd-haltige Deckelektrode liefert eine N-leitende Übergangsschicht (Cadmium-Selenid), die dicht vor der Deckelektrode liegt. Die Durchlaßrichtung zeigt daher vom Selen zum Deckmetall. Die Sperrspannungen liegen bei etwa 25 V und höher.

2. Kupferoxydulgleichrichter: Er besteht aus einer anoxydierten Cu-Platte. Die Cu_2O-Schicht ist mit einer Silber- oder Grafitelektrode versehen. Die „Sperrschicht" liegt an der Grenze zwischen dem reinen Cu und der Cu_2O-Schicht. Die Durchlaßrichtung verläuft von der Silber- oder Grafitelektrode zum Mutterkupfer.

3. Germaniumgleichrichter: Der Ge-Kristall ist künstlich mit Ga oder In (P-Teil) bzw. Sb oder As (N-Teil) dotiert. Die Sperrspannungen liegen bei 100 V.

4. Siliziumgleichrichter: Der seit einigen Jahren in Entwicklung befindliche Siliziumgleichrichter ist zwar in seiner Technologie schwieriger als der Ge-Gleichrichter, besitzt aber eine Reihe von Vorteilen (hohe Temperaturbelastung, hohe Sperrspannung), die ihm eine sehr große technische Bedeutung für die Zukunft des Halbleitergleichrichters sichern. Heute erreicht man mit einem einzigen Element bereits eine Sperrspannung (Scheitelwert) von 1000 V. Die Stromdichte in Durchlaßrichtung kann bis zu 100 A/cm^2 betragen, läßt sich aber durch intensive Kühlung wesentlich steigern. Der Sperrstrom ist etwa das 10^{-4}-fache des Durchlaßstromes.

5. Der Flächentransistor

a) Aufbau und Wirkungsweise: Die Kombination von zwei P-N-Übergängen führt zum Flächentransistor. Es sind dabei 3 Elektroden nach der im Bild 387 angegebenen Schaltung erforderlich.
Sie werden bezeichnet als Emitter-, Basis- und Collektorelektrode.
Die Collektorspannung U_C beansprucht die Übergangsschicht 2 in Sperrichtung. Als Folge kann nur ein sehr kleiner, von U_C nahezu unabhängiger Collektorstrom J_C fließen.
Fließt jetzt aber ein Emitterstrom i_E, also ein Strom, der für die Übergangsschicht 1 Flußstrom ist, so strömen Defektelektronen durch die Übergangsschicht 1. Sie wandern bei kleiner Rekombinationsrate weiter nach rechts und verursachen so eine Injektion von Fehlstellen bzw. Löchern. Ein großer Teil dieser Löcher gelangt in die rechte, in Sperrichtung gepolte Übergangsschicht 2 und tritt,

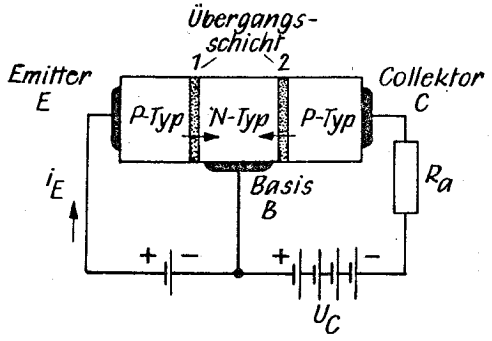


Bild 387
Schematischer Aufbau eines Flächentransistors (p-n-p-Transistor) in Arbeitsschaltung

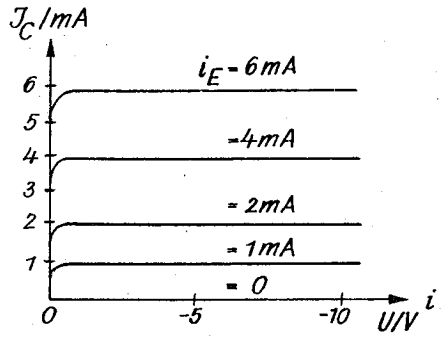
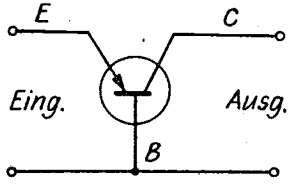


Bild 388
Kennlinienfeld des Flächentransistors

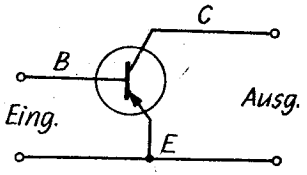
durch das dortige Spannungsgefälle angetrieben, in die P-Schicht ein. Die vom Emitter ausgesandten Defektelektronen können also vom Collektor eingesammelt werden und mit den aus dem Collektor austretenden Elektronen rekombinieren. Auf diese Weise entsteht ein Collektorstrom J_C, der - bis auf die durch Diffusionsverluste verminderte Löcherzahl - gleich dem Emitterstrom i_E ist. Es ergibt sich also das im Bild 388 dargestellte Kennlinienfeld.
Die Differenz zwischen Collektorstrom und Emitterstrom ist gleich dem Basisstrom, also

$$J_B = J_C - i_E$$

Er ist infolge $J_C \approx i_E$ sehr klein. Es empfiehlt sich deshalb eine Steuerung mit dem Basisstrom J_B, d.h., an Stelle der Basisschaltung (Bild 389a) ist die Emitterschaltung (389b) zu verwenden, bei der der Emitter E als gemeinsame Elektrode dient.



a) Basisschaltung



b) Emitterschaltung

Bild 389
Der Flächentransistor als Vierpol

Während die „Stromverstärkung" des Transistors bei der Basisschaltung grundsätzlich kleiner als 1 sein muß und optimal

$$\frac{dJ_C}{dJ_E} \approx 0{,}99$$

wird, ergeben sich bei der Emitterschaltung wesentlich höhere Werte; z.B. bei $U_C = -6$ V

$$\frac{dJ_C}{dJ_B} \approx \frac{2\ mA}{50\ \mu A} = 40$$

b) Strom-, Spannungs- und Leistungsverstärkung: Obwohl die Stromverstärkung nicht größer als 1 werden kann, ergibt sich trotzdem wegen der im Collektorkreis wirkenden viel höheren Spannung eine große Leistungsverstärkung. Darauf beruht die Bedeutung des Transistors. Es ergeben sich etwa folgende Bestwerte:

Spannungsverstärkung: 10 000
Leistungsverstärkung: einige 1000

c) Zur Technologie des Flächentransistors: Es soll hier nur kurz im orientierenden Sinne auf Legierungstransistoren und gezogene Transistoren eingegangen werden.
Legierungstransistoren sind vorzugsweise vom Typ P-N-P. Bei etwa 500°C diffundiert Indium (In) in eine Germaniumschicht. Zwischen den vordringenden P-leitenden Legierungsschichten bleibt reines N-leitendes Ge in einer Dicke von 50 ... 100 μ bestehen (Bild 390). An dieser Schicht liegt die Basiselektrode als Randfassung.
Als gezogene Transistoren bezeichnet man Ge-Kristalle, die beim Herausziehen aus der Schmelze die erforderlichen N- und P-Zusätze erhalten.

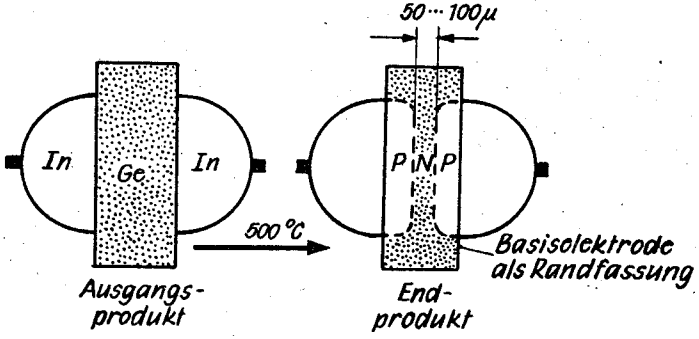


Bild 390
Zur Herstellung eines Legierungstransistors

6. Der Spitzentransistor: Der zuerst gefundene Spitzentransistor (s. Bild 391) läßt sich ebenfalls als eine P-N-P-Kombination deuten. Der ursprünglich N-leitende Germanium-Kristall besitzt von Haus aus an seiner Oberfläche eine mikroskopisch dünne P-Schicht. Unter der Collektorspitze (vgl. Bild 391) wird zusätzlich durch Formierung, d.h. hohe kurzzeitige Strombelastung und Erhitzung, eine muldenförmige P-Schicht wahrscheinlich durch Eindiffundieren von Akzeptoren aus dem Metall des Collektors (Phosphorbronze) erzeugt. Unterschiedlich zum Flächentransistor ist aber die Existenz einer weiteren N-Schicht. Diese bildet sich dicht unter dem Collektor, vor dem sich die Emitter-Defektelektronen stauen, so daß durch Raumladungswirkung einer größeren Elektronenzahl der Durchgang durch die P-Schicht des Collektors gestattet wird.

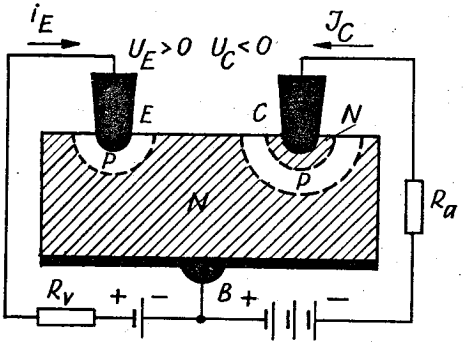


Bild 391
Schema des Spitzentransistors

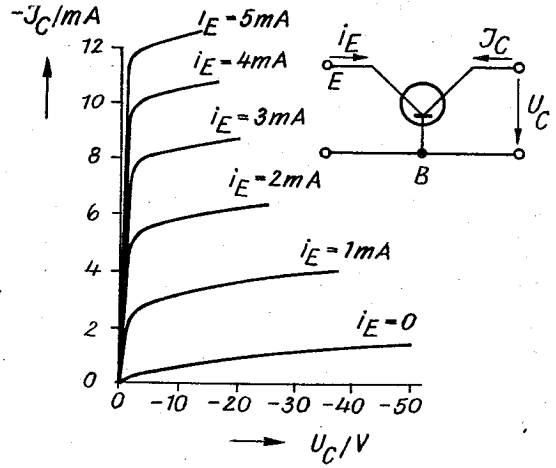


Bild 392
Kennlinienfeld des Spitzentransistors

Das Stromspannungs-Kennlinienfeld des Spitzentransistors (Bild 392) zeigt deshalb auch eine Kennliniensteilheit dJ_C/di_E, die meist größer als 1 ist. Die Stromverstärkung liegt etwa bei Werten von 2 ... 5. Sie ist um so größer, je kleiner die Rekombinationsverluste sind, d.h., je kleiner der Abstand zwischen Emitter und Collektor ist. Man verwendet daher schneidenförmig angeschärfte Drahtspitzen mit einem Abstand von etwa 0,2 mm.

Die Spannungs- und Leistungsverstärkung ist infolge des kleineren Widerstandes der Collektorschicht in Sperrichtung wesentlich geringer als beim Flächentransistor.
Der Spitzentransistor hat heute nur noch historisches Interesse.

8. Kapitel: Magnetische Eigenschaften der Materie

[82] Magnetisierung und Suszeptibilität. Bei der Messung der magnetischen Erregung H und der Induktion B, beispielsweise an einer gleichmäßig bewickelten Ringspule (Toroid), ergibt sich im Vakuum

$$\mathfrak{B} = \mu_0 \mathfrak{H},$$

wobei $\mu_0 = 0{,}4\ \pi \cdot 10^{-6}$ Vs/Am $= 1{,}256 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am die bekannte Permeabilität des leeren Raumes ist (= Induktionskonstante).
Erfolgt die Messung in einem Medium, so ergibt sich zwischen H und B die Beziehung

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} = \mu_r \mu_0 \mathfrak{H}$$

μ_r ist die relative Permeabilität.
Abgesehen von den ferromagnetischen Stoffen, liegen alle μ_r-Werte sehr nahe bei 1. Für paramagnetische Stoffe ergeben sich Werte etwas größer als 1, für diamagnetische etwas kleiner als 1.
Die Größenordnungen sind aus nachfolgender Aufstellung zu ersehen:

paramagnetische Stoffe	μ_r	diamagnetische Stoffe	μ_r
Al	$1 + 22 \cdot 10^{-6}$	Au	$1 - 35 \cdot 10^{-6}$
Pt	$1 + 360 \cdot 10^{-6}$	Hg	$1 - 25 \cdot 10^{-6}$
O_2 (p = 760 Torr)	$1 + 1{,}8 \cdot 10^{-6}$	Bi	$1 - 170 \cdot 10^{-6}$

Wie kommt nun diese Abweichung vom μ_0 zustande? Bringt man Materie in ein Magnetfeld, so wird sie polarisiert. Das gesamte Volumen wird also Träger von magnetischen Dipolen. Diese Dipolbildung findet in den kleinsten Teilen statt, denn bei beliebiger Unterteilung eines magnetischen Stoffes entstehen immer wieder zwei

Pole. Das entspricht der mathematischen Aussage (111 b)

$$\operatorname{div} \mathfrak{G} = 0,$$

d.h., es gibt keine Quellen der Induktion. Das Dipolmoment $\mathfrak{P}$ ist bei gleichmäßiger Magnetisierung dem Volumen proportional. Wir können also schreiben

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{J} V,$$

wenn $\mathfrak{J}$ die Magnetisierung ist. Sie ist ein Vektor und liefert den Zusatz an Induktion, der durch die Anwesenheit von Materie hervorgerufen wird. Es gilt somit

$$\mathfrak{G} = \mu_0 \mathfrak{H} + \mu_0 \mathfrak{J} = \mu_0 (\mathfrak{H} + \mathfrak{J}),$$

und mit

$$\mathfrak{J} = \chi \mathfrak{H} \tag{826}$$

wird

$$\mathfrak{G} = \mu_0 (1 + \chi) \mathfrak{H} = \mu_r \mu_0 \mathfrak{H} \tag{827}$$

Für die relative Permeabilität läßt sich jetzt schreiben

$$\mu_r = 1 + \chi \tag{828}$$

Dabei ist χ die magnetische Suszeptibilität [1]. Sie kann positive oder negative Werte haben. Die Magnetisierung kann also dem äußeren Felde gleich- oder entgegengesetzt gerichtet sein, je nachdem ob ein paramagnetischer oder diamagnetischer Stoff vorliegt. Da die Magnetisierung proportional der Feldstärke angesetzt wurde, ist χ ein Maß für die Nachgiebigkeit der Materie gegenüber magnetischen Feldwirkungen.

[83] Zur Theorie des Para- und Diamagnetismus

1. Paramagnetismus: Bei einem paramagnetischen Stoff besitzen die Atome oder Moleküle ein eigenes magnetisches Moment. Dies folgt aus der Atomstruktur und kann modellmäßig z.B. als Amperescher Kreisstrom von Elektronenbahnen, die einander nicht kompensieren, aufgefaßt werden. Jedes Teilchen dieser Art muß sich also, wenn es frei beweglich ist, in die Richtung eines äußeren Magnetfeldes einstellen. Dadurch wird aber die Induktion des Feldes verstärkt.

---

1) Vergleiche auch die „elektrische Suszeptibilität" auf Seite 156!

Da Paramagnetismus auch in festen Körpern auftritt, ist anzunehmen, daß die Atome im Kristallverband trotz ihrer festen Packung bis zu einem gewissen Grade einer Ausrichtung im Felde nachkommen können. Die Temperaturbewegung ist bestrebt, eine durch das Feld angestrebte Ausrichtung zu verhindern. Die Folge davon ist, daß die Ausrichtung nur bei T = 0 vollkommen ist. Mit wachsender Temperatur nimmt sie hingegen ab. Auf dieser Grundlage läßt sich der folgende einfache Ausdruck für die Temperaturabhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität von Gasen ableiten:

$$\chi = \frac{N p^2}{3 k T} = \frac{C}{T} \qquad (829)$$

Hierin ist N die Zahl der Atome je Raumeinheit und p das magnetische Moment eines Atoms dem Betrag nach. C heißt die Curiesche Konstante.

2. Diamagnetismus: Alle Stoffe, die kein eigenes magnetisches Moment besitzen, bei denen sich also die Momente aller Elektronenbahnen restlos kompensieren, sind diamagnetisch. Sie stellen sich folglich auch nicht auf ein äußeres Magnetfeld ein, sondern schwächen das Feld in jeder Lage. Dieses Verhalten läßt sich leicht aus dem Lenzschen Gesetz herleiten.

Wird ein Magnetfeld eingeschaltet und von Null aus auf einen Wert H gesteigert, so werden in jedem Atom unkompensierte Kreisströme induziert. Wichtig für das Verständnis des Diamagnetismus ist nun die Tatsache, daß diese Kreisströme vollständig widerstandslos fließen und daher beliebig lange ungeschwächt bestehen können. Die mit ihnen verbundenen Elementarmagnete sind gemäß der Lenzschen Regel dem äußeren Feld entgegengesetzt und schwächen es also. Dasselbe folgt unmittelbar aus dem Induktionsgesetz bei Beachtung des Vorzeichens.

Der Diamagnetismus ist eine Eigenschaft aller Körper. Existieren jedoch von vornherein magnetische Momente in den Atomen, so überwiegt der dadurch zustande kommende Paramagnetismus. Der Diamagnetismus ist dann, obwohl grundsätzlich vorhanden, nicht bemerkbar.

Wesentlich anders verhalten sich dagegen die nachfolgend behandelten ferromagnetischen Stoffe.

[84] Der Ferromagnetismus

1. Typische Kennzeichen: Ferromagnetische Stoffe sind Eisen, Nickel, Kobalt und einige Legierungen. Sie zeichnen sich in dreierlei Beziehungen aus:

I. Die relative Permeabilität ist um mehrere Zehnerpotenzen (bis 10^5) größer als die in der Nähe von 1 liegenden Werte der bisher betrachteten para- oder diamagnetischen Körper.

II. Die relative Permeabilität und auch die Suszeptibilität sind von der magnetischen Erregung H abhängig.

III. Die Permeabilität ist keine eindeutige Funktion der magnetischen Erregung H, denn sie ist außerdem auch von der Vorgeschichte, d.h. von den vorher bestehenden Feldstärkewerten, abhängig.

2. Das B-H-Diagramm: Bei ferromagnetischen Stoffen wird in der Regel nicht die Permeabilität oder Suszeptibilität als Funktion der Feldstärke dargestellt, sondern vielmehr die Beziehung zwischen der Magnetisierung J bzw. der Induktion B einerseits und der magnetischen Erregung H andererseits. Dabei ergeben sich Diagramme von der im Bild 393 gezeigten Form: Ausgehend vom vollkommen unmagnetischen Zustand, wird zunächst die Neukurve durchlaufen. Bei großer Erregung tritt Sättigung ein. Beim Rückweg ist nun aber jeder B-Wert größer als der beim Hinweg gemessene, so daß auch noch bei H = 0 eine endliche, mitunter recht beträchtliche Induktion B = R, die sogenannte Remanenz, besteht. Um diese Restinduktion zu beseitigen, muß das Feld H umgepolt und auf den Wert H_k, die sogenannte Koerzitivfeldstärke, gebracht werden. Bei weiter zunehmender negativer Erregerfeldstärke wird die Induktion ebenfalls negativ und nähert sich wieder dem Sättigungswert B_s, allerdings mit negativem Vorzeichen. Die Rückkehr bei abnehmendem Erregerfeld erfolgt dann wieder über den entsprechenden Zweig, der symmetrisch zum ersten liegt.

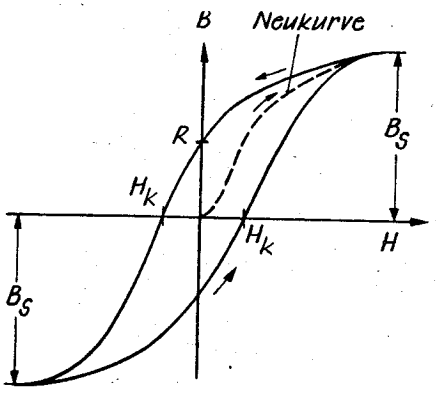


Bild 393
Hysteresekurve als B-H-Diagramm von ferromagnetischen Stoffen

Die Neukurve wird jetzt nicht mehr durchlaufen. Die durch die Koerzitivfeldstärke festgelegte Erscheinung des Auseinandergehens der beiden Hälften der Magnetisierungskurve bezeichnet man als Hysterese. Die durch den Wert H_k gegebene Breite der Hysterese wie überhaupt die Form der gesamten Magnetisierungskurve ist von Material zu Material verschieden. Sie hängt in typischer Weise auch ab von der Vorbehandlung des Materials, von mechanischen Spannungen, von der Temperatur und mehr. Als Beispiel zeigt Bild 394 die an einem Nickeldraht gemessenen B-H-Kurven sowohl für gut getempertes, d.h. rekristallisiertes Material (Kurve a) als auch bei Belastung des gleichen Drahtes mit einer fast zum Zerreißen führenden Zugspannung (Kurve b).

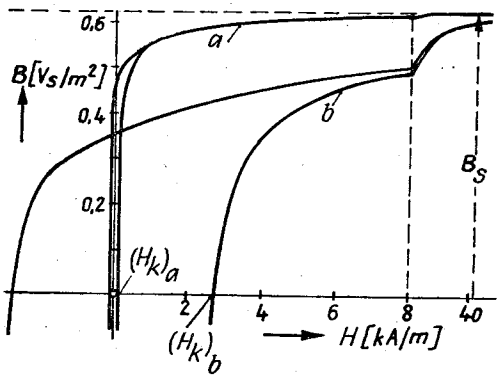


Bild 394
Hysteresekurven eines Nickeldrahtes im rekristallisierten Zustand (a) und nach plastischem Recken bis zum Zerreißen des Drahtes (b)

Weiche Ferromagnetika	H_k / A·m^{-1}	B_s / Vs·m^{-2}
Supermalloy	0,4	0,75
Permalloy F	4	1,5
Extrem reines Fe	2	-
Technisch reines Fe	8...120	2,1
Dynamoblech IV	40	1,9
Harte Ferromagnetika		B_R / Vs·m^{-2}
Wolframstahl	5600	1,0
Al-Ni-Co 350	90000	0,84
Ba-Ferrit 300	150000	0,35
Co-Pt-Legierung	200000	0,45
Silmanal (Ag-Mn-Al)	400000	0,05

Vorstehende Tabelle beinhaltet Daten technischer Magnetstoffe. Man unterscheidet weiche (kleine H_k-Werte) und harte Magnetika (große H_k-Werte). Die letzteren werden für Dauermagnete gefordert. Bei diesen ist die Kenntnis der Remanenzflußdichte B_R wesentlich. Für die Feldstärke wird in der Literatur oft noch die Einheit "Oerstedt" verwendet. Es ist 1 Oe = $\frac{100}{0{,}4\pi}$ A/m = 79,6 A/m.

3. Temperaturabhängigkeit: Mit steigender Temperatur nimmt die Sättigungsinduktion eines ferromagnetischen Stoffes vorerst langsam, dann immer rascher ab (Bild 395). Sie erreicht bei einer genau meßbaren Temperatur, dem sogenannten Curie-Punkt Θ, einen so kleinen Wert, daß man oberhalb dieser Temperatur nicht mehr von Ferromagnetismus sprechen kann. Oberhalb der Curie-Temperatur verhalten sich auch die ferromagnetischen Stoffe paramagnetisch. Für einige Materialien liegt der Curie-Punkt bei folgenden Werten:

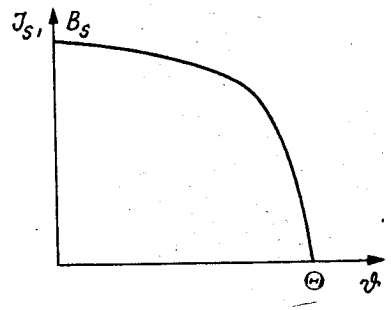


Bild 395
Temperaturverlauf der Sättigungsinduktion ferromagnetischer Stoffe

Fe: Θ = 769°C
Ni: Θ = 358°C
Co: Θ = 1130°C

4. Magnetostriktion: Man versteht hierunter die Gestaltsveränderungen ferromagnetischer Körper infolge einer Magnetisierung. Erfolgt in der Magnetisierungsrichtung eine Verlängerung, so spricht man von positiver Magnetostriktion. Im Gegensatz dazu wird eine Verkürzung in Magnetisierungsrichtung als negative Magnetostriktion bezeichnet. Zur ersten Gruppe gehört Eisen bei nicht zu hoher Magnetisierung, zur zweiten Nickel. Bei Nickel beispielsweise beträgt im Falle der Sättigung die relative Verkürzung

$$\frac{\Delta l}{L} = 3{,}5 \cdot 10^{-5},$$

wenn L die Gesamtlänge des Körpers bedeutet. Für eine Gesamtlänge L = 1 m ist also $\Delta l = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ m = 35 μ. Das Volumen, also auch

die Dichte des Körpers bleibt bei einer Magnetostriktion in erster Näherung konstant, weil mit einer Verlängerung (bzw. Verkürzung) in Feldrichtung eine Verkürzung (bzw. Verlängerung) senkrecht zur Feldrichtung verbunden ist. Die physikalische Erklärung der Magnetostriktion folgt unter [84] 6. Sie wird technisch zur Erzeugung von Ultraschallwellen, z.B. für zerstörungsfreie Werkstoffprüfung, angewendet. Ein Nickelstab wird dabei durch eine Spule mit Hochfrequenz bis zu 60 kHz zur magnetostriktiven Resonanzschwingung angeregt. Eine Vormagnetisierung mit Gleichstrom verhindert, daß die Wechselmagnetisierung das umgekehrte Vorzeichen annimmt.

5. Zur Theorie des Ferromagnetismus

a) Die Weißschen Bezirke: In jedem ferromagnetischen Stoff befinden sich elementare Bezirke oder Raumteile von der Größenordnung 10^{-9} cm^3, die jeder für sich spontan bis zur Sättigung magnetisiert sind. Diese Raumteile bezeichnet man als Weißsche Bezirke. Die sich darin befindenden Elementarmagnete sind die nicht ausgeglichenen Elektronenspins. Sie sind innerhalb des Bezirkes einheitlich parallel gerichtet und werden durch starke Kräfte (Austauschkräfte) in der parallelen Lage festgehalten. Ist das Eisen vollkommen unmagnetisch, wie z.B. nach Erhitzung über den Curiepunkt und anschließender Abkühlung im feldfreien Raum, so liegen alle Magnetisierungsrichtungen der Weißschen Bezirke vollständig regellos verteilt, und die pauschale Magnetisierung ist Null. Durch ein äußeres Magnetfeld erfolgt eine Bevorzugung in der Richtung dieses Feldes. Es entsteht also eine Magnetisierung, die bei genügend hoher Feldstärke die technische Sättigung erreicht. Im Zustand der Sättigung sind alle Magnetisierungsrichtungen der Weißschen Bezirke in die Richtung des äußeren Feldes eingedreht. Die Sättigungsmagnetisierung ist also mit der spontanen Magnetisierung der Weißschen Bezirke identisch.

b) Der Einfluß der Kristallstruktur und der mechanischen Beanspruchung: Die Magnetisierungsrichtungen der Weißschen Bezirke sind nicht willkürlich verteilt, sondern hängen sowohl von der Kristallorientierung als auch von eventuell vorhandenen mechanischen Spannungen im Material ab. Bevorzugt sind naturgemäß immer die Richtungen, in denen die Magnetisierungsenergie ein Minimum besitzt.

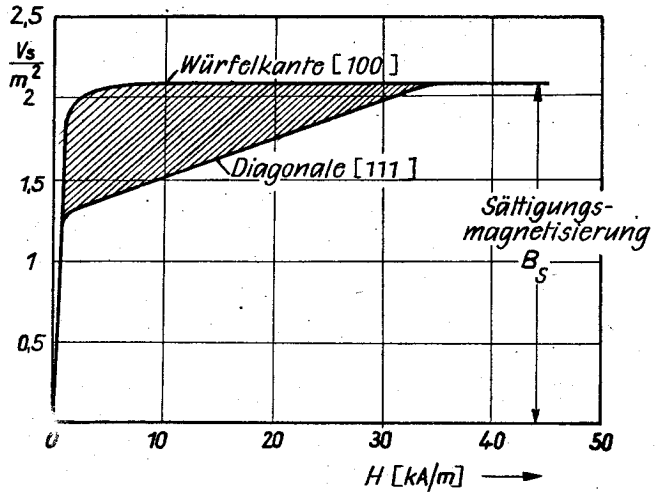


Bild 396
Magnetisierungskurven eines Eiseneinkristalles, in der Richtung leichtester (Würfelkante) und schwerster (Raumdiagonale) Magnetisierbarkeit gemessen

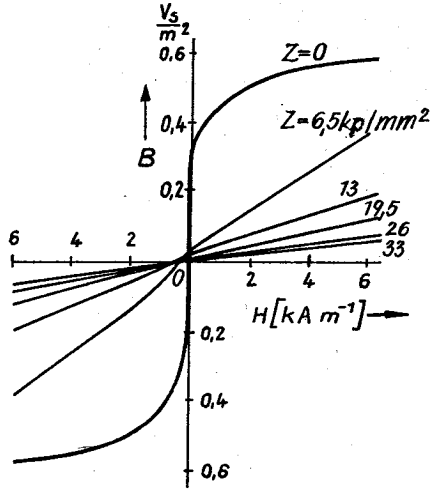


Bild 397
Der Einfluß mechanischer Zugspannungen auf die Magnetisierung eines Nickeldrahtes (Es ist stets nur die linke Hälfte der Hystereseschleife dargestellt.)

Versuche an Einkristallen haben gezeigt, daß im Eisen die drei Kantenrichtungen der kubischen Kristalle solche energiearme Richtungen, auch leichte Richtungen genannt, sind. Bei Nickel trifft dies dagegen für die Raumdiagonalen zu. Bild 396 zeigt die Magnetisierungskurven eines Fe-Einkristalles bei 5°C in der Richtung leichtester Magnetisierbarkeit, der Würfelkante (100), und in Richtung schwerster Magnetisierbarkeit, der Raumdiagonale (111), gemessen. Da die Aufmagnetisierungsarbeit gleich

$$W = \int H \, dJ$$ ist,

folgt, daß zur Sättigung in diagonaler Richtung eine um die im Bild 396 schraffierte Fläche größere Magnetisierungsenergie als für die Kantenrichtung gebraucht wird. Letztere ist also, energetisch gesehen, günstiger und daher auch stabiler. Die Folge davon ist, daß die in einem Kristalliten liegenden Weißschen Bezirke Magnetisierungsrichtungen haben, die gegeneinander vorzugsweise um 90° oder 180° gedreht sind. Man spricht daher von 90°- bzw. 180°-Wänden, das sind die Flächenelemente, die die einzelnen Weißschen Bezirke gegeneinander abgrenzen („Bloch-Wände").

Den Einfluß von mechanischen Spannungen zeigt Bild 397 für einen Nickeldraht. Mit steigender Zugspannung verlaufen die J-H-Kurven immer flacher. Je größer die Zugspannung ist, desto größer ist deshalb die zur Sättigung erforderliche Erregung. Die Zugspannung schafft also eine senkrecht zur Drahtachse verlaufende Vorzugsrichtung für die spontane Magnetisierung der Weißschen Bezirke.

c) Wandverschiebung, reversible und irreversible Magnetisierung, Barkhausensprünge: Eine Vergrößerung der Magnetisierung bei wachsender Feldstärke kann entweder dadurch geschehen, daß diejenigen Weißschen Bezirke, die an sich schon günstig liegen, auf Kosten der ungünstig zur Feldrichtung liegenden anwachsen, indem sich die zwischen beiden Bezirken liegende Wand entsprechend verschiebt („Wandverschiebung", vgl. Bild 398), oder dadurch, daß ganze Weißsche Bezirke in die aufgezwungene Magnetisierungsrichtung eingedreht werden.

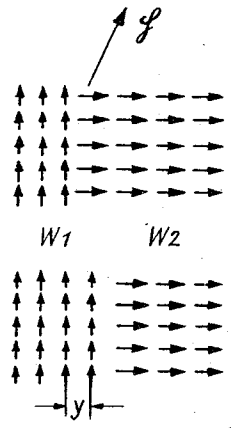


Bild 398
Schema einer Wandverschiebung y zwischen 2 Weißschen Bezirken W1 und W2

Die Magnetisierung kann reversibel oder auch irreversibel sein. Bei der ersteren handelt es sich um kleine Amplitudenänderungen des Feldes H, die nur kleine Wandverschiebungen bewirken, die ebenfalls reversibel sind, d.h., nach Zurückregeln des Feldes auf den alten Wert geht auch die Wandverschiebung wieder vollkommen zurück. Damit verschwindet dann auch die Hysterese, und in der Nähe des den Magnetisierungszustand kennzeichnenden Punktes $P(B_o; H_o)$ ist die Magnetisierungskurve eine gerade Linie, deren Neigung

$$\mu_{rev} = \frac{dB}{dH}$$

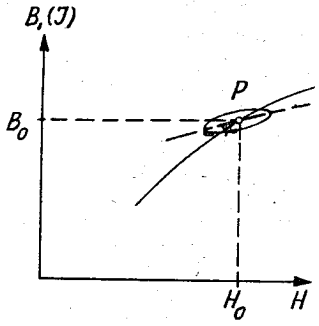


Bild 399
Zur Definition der reversiblen Permeabilität

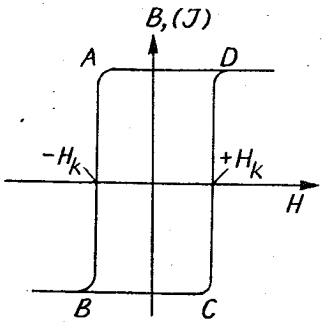


Bild 400
Hysteresekurve von Permalloy bei Zugbeanspruchung

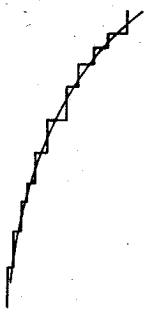


Bild 401
Feinstruktur der Magnetisierungskurve

die reversible Permeabilität definiert (Bild 399).
Irreversible Magnetisierungen treten sehr anschaulich als Extremfall bei rechteckigen Magnetisierungskurven auf. Eine derartige Rechteckkurve liefert z.B. Permalloy [1] unter starker Zugbeanspruchung (Bild 400). Wird hier die Erregung unter den Wert $-H_k$ (Koerzitivfeldstärke) abgesenkt, so springt der Zustand plötzlich von Punkt A nach Punkt B. Dieser Sprung ist durch eine kleine Feldänderung nicht mehr rückgängig zu machen. Hierzu ist eine Feldänderung vom Betrage 2 H_k erforderlich. Es muß also der Punkt C erreicht werden, ehe erneutes unstetiges Umklappen nach Punkt D erfolgt.Ähnliche B(H)-Kurven zeigen die "Rechteck"-Ferrite (Bild 404).Häufiger als der eben besprochene Extremfall der irreversiblen Magnetisierung sind natürlich die Fälle,bei denen das Umklappen unter allmählicher Feldzunahme in zahlreichen kleinen Sprüngen erfolgt (Bild 401). Dies hat eine Feinstruktur der Magnetisierungskurve zur Folge, deren steile Flanken nun nicht mehr aus stetigen Kurvenzügen, sondern aus unregelmäßig zusammengesetzten Treppenstufen bestehen. Diese sprunghaften Änderungen der Magnetisierung lassen sich als sogenannte Barkhausensprünge durch Induktionsstöße nachweisen, die in einer den Stoff umgebenden Meßspule erzeugt werden. Die irreversiblen Änderungen der Magnetisierung können sowohl durch irreversible Wandverschiebungen als auch

1) Eine Legierung, die aus 78,5 % Eisen + 21,5 % Nickel besteht.

- namentlich bei größeren Sprüngen - durch Umklappen von ganzen Weißschen Bezirken gedeutet werden.

d) Energetische Zusammenhänge: Allgemein betrachtet ist ein Sprung, also eine unstetige Änderung des Magnetisierungszustandes, stets die Folge davon, daß der neue Zustand energetisch günstiger, d.h. energieärmer als der alte ist. Auch für die Struktur der zwischen 2 Weißschen Bezirken unterschiedlicher Magnetisierungsrichtung liegenden Blochwand sind energetische Gesichtspunkte maßgebend: Man kann zeigen, daß die Blochwand eine endliche Dicke haben muß. Wäre sie nämlich unendlich dünn, so müßten z.B. bei einer 180°-Wand längs der ganzen Wandfläche zwei gegeneinander gerichtete Dipole unmittelbar nebeneinander liegen. Der Aufbau einer solchen Konfiguration würde wegen der großen Austauschkräfte zwischen zwei so eng benachbarten Antiparallel-Spins, die stets bestrebt sind, die Spins einander parallel zu stellen, eine sehr große Energie (Wandenergie) erfordern. Es läßt sich ferner zeigen, daß die Wandenergie geringer wird, wenn die Spinrichtung quasi-stetig von der einen in die andere überdreht, wie es Bild 402 zeigt. Allerdings darf die Wanddicke nicht zu groß werden, weil dann zu viel Elementarmagnete eine bezüglich der Kristallorientierung ungünstige Lage einnehmen würden, so daß die Wandenergie dann wieder größer wird. Es existiert also eine optimale, durch die Forderung minimaler Wandenergie berechenbare Wanddicke. Sie ergibt sich zu einigen 100 Atomabständen, liegt also in der Größenordnung von 50 nm.

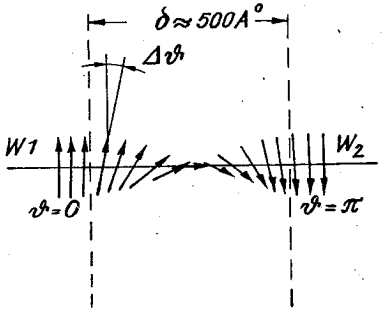


Bild 402
Übergangsschicht (180°-Wand) zwischen zwei antiparallel magnetisierten Weißschen Bezirken W1, W2

Es sei hier noch bemerkt, daß die Annahme der Weißschen Bezirke und der sie abgrenzenden Blochschen Wände keine Hypothese ist, sondern daß sich eine entsprechende Struktur an der Oberfläche eines aufmagnetisierten Ferromagnetikums auch experimentell sichtbar machen läßt. Man benutzt dazu eine Aufschwämmung kolloidaler Eisenteilchen in Öl oder dergleichen, die man auf das Metall aufbringt. Die zwischen den oberflächlich gelegenen Weißschen Bezirken wirkenden Streufelder sammeln dann die Eisenteilchen an, so daß unter dem Mikroskop die Blochschen Wände sichtbar werden. Auch die reversiblen und irreversiblen Wandverschiebungen lassen sich auf diese Weise experimentell direkt nachweisen.

e) Die Beeinflussung der Magnetisierung durch Fremdkörper: Von grundsätzlicher Bedeutung für die irreversible, d.h. sprunghaft erfolgende Magnetisierung sind die in jedem Ferromagnetikum vorhandenen nichtmagnetischen Verunreinigungen (Kohlenstoff u.a.). Die Blochwände suchen nämlich in ihrem Bestreben, die Gesamtenergie der Magnetisierung auf einem Minimum zu halten, möglichst viele dieser Verunreinigungen zu umfassen, was ihrer Struktur dann eine gewisse Stabilität verleiht.

In der Umgebung dieser Gleichgewichtslagen kann die Blochwand durch geringe Feldstärkewerte H wie etwa eine elastische Haut, die am Rande fest eingespannt ist, vollkommen reversibel verschoben werden. Die reversible Permeabilität bzw. die Anfangspermeabilität beschreibt die integrale Wirkung solcher um die stabile Gleichgewichtslage herum erfolgenden Wandverschiebungen.

Bei zu großer Feldstärke wird dagegen die Blochwand aus der alten Gleichgewichtslage heraus in eine neue geworfen. Die dadurch irreversibel verschobene Wand nimmt eine neue stabile Lage ein, die ein Anwachsen des günstig magnetisierten Bezirkes ermöglicht. In der neuen Gleichgewichtslage ist die Wand natürlich ebenso bestrebt, möglichst viele neue Fremdkörper oder Fehlstellen zu berühren. So erklären sich die schon erwähnten Barkhausensprünge.

Rein qualitativ ist folgender Vergleich möglich:

> Blochwände verhalten sich ähnlich wie Seifenblasen. Auch dort ist die Oberflächenenergie ein Maß für ihr kinetisches Verhalten. Stets suchen sich die Wände so aufzuspannen, daß ihre Gesamtfläche und damit ihre Gesamtenergie ein Minimum wird.

Die quantitativen Überlegungen hierzu [1] führen zu Aussagen, die sich experimentell gut bestätigen lassen. So folgt beispielsweise, daß bei Eisen die Koerzitivfeldstärke mit wachsendem Kohlegehalt c ansteigt. Das ist verständlich, da mit zunehmendem c auch die Störstellendichte anwächst. Es gilt für die Koerzitivkraft

$$H_k \approx c^{2/3}$$

6. Zur Deutung der Magnetostriktion: Die Magnetisierung eines Elementarbezirkes hat stets eine Deformation des Kristallgitters zur Folge. Dadurch wird z.B. bei Nickel die Gitterkonstante (Abstand zweier Gitterpunkte) in Richtung der spontanen Magnetisierung etwas kleiner als senkrecht dazu.
Übertrieben zeigt dies Bild 403a für zwei Weißsche Bezirke W1 und W2, die ohne eine Deformation genau kubisch sein müßten (im Bild gestrichelt).

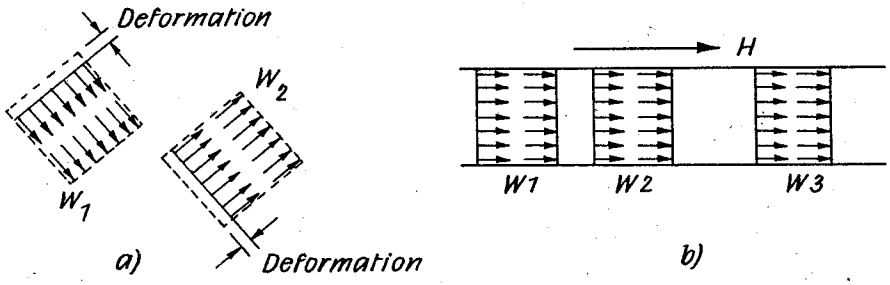


Bild 403
Die Deformation von spontanmagnetisierten Weißschen Bezirken (a) und ihre Ausrichtung im äußeren Feld H (b)

Wird nun ein Feld H eingeschaltet, so drehen sich namentlich bei Annäherung an die Sättigung die einzelnen Bezirke in die Feldrichtung hinein. Dabei geraten aber vorwiegend die verkürzten Würfelkanten in die Feldrichtungen (Bild 403b), so daß sich als Summe aller Deformationen der Weißschen Bezirke eine meßbare Gesamtverkürzung ergibt.

1) M. KERSTEN, „Grundlagen einer Theorie der ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft", 1944, Verlag v. S. Hirzel in Leipzig.

7. Technische Anwendungen

a) Permanentmagnetische Werkstoffe: Von einem Dauermagneten werden große Koerzitivfeldstärke und große Remanenz gefordert. Je größer H_k wird, um so geringer ist der Störeinfluß äußerer Felder (Drehspulmeßwerk!). Durch große Remanenz wird die aufgespeicherte Energie erhöht.

Befindet sich der Dauermagnet in einem magnetischen Kreis aus weichem Eisen, so wird sich ohne zusätzliche äußere Magnetisierung auf der Hystereseschleife der Punkt R (vgl. Lbf. 4, Bild 140) einstellen. Nach Entfernen des Dauermagneten aus dem magnetischen Kreis erzeugt die Entmagnetisierung ein magnetisches Gegenfeld. Es stellt sich eine Gleichgewichtslage ein, die durch den Schnitt der Scherungsgeraden mit der B-H-Kurve (Punkt P im Bild 140, Lbf. 4) gegeben ist.

Als Material für Dauermagnete kommen binäre und ternäre Legierungen in Betracht.

Zur ersten Gruppe gehören:

kohlenstoffhaltiger Stahl (1 bis 1,5 % C) in abgeschrecktem, glashartem Zustand;

Wolframstahl, bestehend aus 92 % Fe, 7 % W und 1 % C, oder Kobaltstahl mit einem Co-Gehalt bis zu 35 % und eventuellen Zusätzen von Cr, W oder Mo.

Da alle Stähle durch Abschrecken gehärtet werden, entsteht sehr sprödes und daher schlecht bearbeitbares Material.

Zur zweiten Gruppe gehören Legierungen, die auf dem Prinzip der Ausscheidungshärtung beruhen und zunächst in Japan entwickelt wurden. Sie bestehen z.B. aus 58 % Fe, 29 % Ni und 13 % Al und tragen Bezeichnungen wie Alniko, Örstit u.a. Auch diese Stoffe sind sehr spröde und nur durch Schleifen zu bearbeiten.

Für die Koerzitivfeldstärke ergeben sich Höchstwerte, die bei etwa 400 000 A/m liegen. Die Remanenz sinkt allerdings beträchtlich ab (s.Tabelle auf S. 742). Anscheinend gilt:

> Je größer die Koerzitivfeldstärke wird, um so kleiner ist die Remanenz.

Die neuere Entwicklung permanentmagnetischer Werkstoffe strebt eine leichtere, mechanische Bearbeitbarkeit an. So verwendet man z.B. Pulver aus Örstit, das mit Bindemitteln in die gewünschte Form gepreßt wird.

b) Ferromagnetische Werkstoffe der Starkstromtechnik: Der enorm große Aufwand an ferromagnetischem Werkstoff, insbesondere für Transformatoren [1] und elektrische Maschinen, verlangt eine billige, d.h. hüttenmäßige Gewinnung, wobei Zusätze von teuren Metallen nicht in Frage kommen.

Die technischen Forderungen sind: kleine Verluste [2] und große Maximalpermeabilität. Das Magnetmaterial muß demzufolge eine schmale Hystereseschleife und somit kleine Koerzitivfeldstärke aufweisen.

Die Verlustleistung des Eisens besteht aus Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverlusten. Durch die Verwendung dünner Bleche können letztere stark verringert werden. Man verwendet heute genormte Blechdicken von 0,35 mm und 0,5 mm. Die Verlustleistung wird bekanntlich in W je kg Material bei einer Induktion von 10 000 G bzw. 15 000 G angegeben und mit V_{10} bzw. V_{15} bezeichnet.

Zur Ermittlung der Ummagnetisierungsverluste aus der Magnetisierungskurve des Materials benutzt man eine Hystereseschleife mit dem Einheitswert für die umschlossene Fläche

$$\oint H \, dB = 1000 \text{ erg/cm}^3,$$

dem bei einer Frequenz von 50 Hz ein Hystereseverlust von 0,64 W/kg entspricht.

Bis gegen 1900 wurde nur schwedisches Holzkohle-Eisen mit geringem C-Gehalt verwendet, das bei $H_k = 80$ A/m mit $V_{10} = 1{,}9$ W/kg ziemlich hohe Hystereseverluste aufwies. Die Wirbelstromverluste sind dabei noch nicht berücksichtigt.

Hohe Hystereseverluste sind die Folge von Verunreinigungen. Wirklich reines Eisen ist jedoch in den erforderlichen Mengen wirtschaftlich nicht herstellbar.

Rekordversuche mit langwierigen Reinigungsverfahren ergaben ein Eisen mit einer Maximalpermeabilität von 280 000 μ_0 und einer Verlustziffer von $V_{10} = 0{,}045$ W/kg (ausschließlich Wirbelstromverluste).

---

1) Der Aufwand an Transformatorenblech betrug z.B. vor dem Kriege in Deutschland 500 000 Tonnen jährlich.

2) Könnte man z.B. die Verluste aller in Deutschland betriebenen Transformatorenkerne auch nur um 10 % reduzieren, so würde jährlich eine Energie von rund 10^8 kWh eingespart!

Das z.Z. reinste, hüttenmäßig hergestellte Eisen ist das Armco-Eisen.

Eine extrem gesteigerte Reinigung des Eisens hat eine Verminderung des spezifischen Widerstandes und damit eine Erhöhung der Wirbelstromverluste zur Folge. Damit ist dem Reinheitsgrad eine Grenze gesetzt.

Seit etwa 30 Jahren arbeitet die Starkstromtechnik mit silizierten Eisenblechen. Abgesehen von einer erheblichen Verminderung der elektrischen Leitfähigkeit [1] und damit auch der Wirbelstromverluste, sinken die Hystereseverluste gegenüber reinem, kohlenstoffarmem Eisen beträchtlich ab. Das ist wahrscheinlich die Folge der chemischen Bindung von Sauerstoff an Silizium ($Si\ O_2$). Der Si-Gehalt im Eisen wird infolge der zunehmenden Sprödigkeit auf etwa 4 % begrenzt. Die Bleche werden kalt gewalzt, dann längere Zeit bei 800 ... 900°C geglüht und langsam abgekühlt. Die dadurch begünstigte Rekristallisation liefert sehr grobkristallines Material, das jedoch bessere magnetische Eigenschaften als das feinkristalline Material hat. Es ist anzunehmen, daß die Verunreinigungen an die Kristallgrenzen befördert und die Kristalle dadurch selbst spannungsfrei werden.

Ein weiterer Fortschritt bei der Herstellung von Eisenblechen ist eine nach dem Kaltwalzen erfolgende Temperung bei etwa 1100°K. Dadurch entsteht eine Textur, d.h. eine Ausrichtung der Kristallite in der ursprünglichen Walzrichtung. Diese Richtung wird dann bevorzugt von den Würfelkanten (100) eingenommen, die ja bekanntlich eine magnetisch „leichte" Richtung darstellen.

Heute sind mit Si-Fe-Blechen Verlustziffern von $V_{10} = 0{,}6$ W/kg (gesamte Verluste) an Hüttenfabrikaten erzielt worden. Für Laboratoriumsmaterial liegt die untere Grenze der Verluste bei etwa $V_{10} = 0{,}45$ W/kg.

c) Ferromagnetische Werkstoffe der Schwachstrom- und Meßtechnik:

Die eine Auswahl ferromagnetischen Materials beschränkenden wirtschaftlichen Gesichtspunkte spielen hier eine nur untergeordnete Rolle, da es sich meist um kleine Mengen handelt. Im allgemeinen werden aber auch hier wieder magnetisch weiche Metalle,

---

1) Der elektrische Widerstand steigt durch Zusatz von 2,5 % Si auf das Vierfache an!

also Stoffe mit großem μ und kleinem H_k, bevorzugt. So verlangt man z.B. für Spulenkerne in Relais in erster Linie kleine Koerzitivfeldstärke, da die Anzugsstromstärke möglichst gleich der Abfallstromstärke sein soll. Die Permeabilität spielt dabei keine große Rolle, weil sowieso ein Luftspalt vorhanden ist, der einen großen magnetischen Widerstand darstellt.

d) Ferromagnetische Werkstoffe mit hoher Permeabilität: Bei zahlreichen Geräten (z.B. Strom- bzw. Meßwandler) wird Phasenreinheit verlangt, damit beispielsweise Leistungen auf der Sekundärseite unverfälscht gemessen werden können. Primär- und Sekundärstrom müssen also möglichst, wie bei einem idealen Transformator, um 180° gegeneinander verschoben sein. Das bedeutet aber einen möglichst kleinen Magnetisierungsstrom und eine möglichst hohe Permeabilität, da die Spannung durch das sekundärseitig angeschlossene Meßinstrument festliegt.

Die bisher höchsten Werte von μ (sowohl Anfangs- als auch Maximalpermeabilität) können an der Fe-Ni-Legierung Permalloy (78,5 Fe, 21,5 Ni) festgestellt werden, sofern die Temper- und Abschreckvorschriften genau eingehalten sind. In diesem Falle lassen sich Höchstwerte von $\mu_{max} = 10^5 \mu_0$ erreichen.

Derzeitig benutzt man jedoch unter Verzicht auf die Rekordwerte Material mit einer weniger empfindlichen Wärmebehandlung wie beispielsweise Hipernik (50 % Fe, 50 % Ni). Auch hat man durch Zusatz von Cr, Mo oder Cu zu Permalloy ein weicheres Material erhalten, dessen thermische Vorbehandlung - allerdings auf Kosten der μ-Werte - nicht so kritisch ist. Diese Legierungen haben aber den Vorteil eines höheren elektrischen Widerstandes. Typische Vertreter davon sind das Mu-Metall und die Legierung „1040".

Eine besondere Rolle bei der Herstellung weichen Materials spielt das Glühen im Magnetfeld. Dadurch wird die Magnetisierungsrichtung gewissermaßen „festgefroren", so daß das Material nach der Abkühlung eine Vorzugsrichtung der Magnetisierung aufweist. Diese Richtung liegt parallel zur Richtung des Magnetfeldes, das während des Glühens eingeschaltet war. Die Glühtemperatur soll bei etwa 400°C, auf alle Fälle aber unterhalb der Curie-Temperatur liegen. Die Hystereseschleifen der so gewonnenen Materialien sind praktisch vollkommen rechteckig, also ähnlich denen von Permalloy unter Zugbeanspruchung.

e) Ferromagnetische Werkstoffe für hohe Frequenzen: Bei hohen Frequenzen geht man wegen der Wirbelstromverluste zu Massekernen über. Bei diesen wird ein feinkörniges Pulver eines magnetischen Materials mit einem Bindemittel zusammen unter hohem Druck gepreßt. Durch die Unterteilung des Materials wird der Wirbelstromverlust klein gehalten. Außerdem wird die Magnetisierungskurve infolge der zahlreichen kleinen, unmagnetischen Zwischenschichten stark geschert. Dadurch werden Remanenz und Permeabilität kleiner als bei dem kompakten Material. Darüber hinaus wird durch die Scherung auch die Hysterese herabgesetzt. Da eine große Hysterese stets die dritte Harmonische begünstigt, wirkt sich die Unterteilung auch günstig auf den Klirrfaktor aus.
Als Teilchenmaterial wird vorwiegend Karbonyl-Eisenpulver benutzt, das durch thermische Zersetzung aus der Gasphase (Eisenkarbonyl, $Fe(CO)_5$) gewonnen wird. Die einzelnen Körner sind deshalb auch alle genau kugelförmig und von gleicher Größe.
Für die Verwendung von Massekernen gelten folgende Richtwerte:

Frequenz [kHz]	Permeabilität μ_r
100	10 ... 20
1000	5

Die angegebenen Werte sind Optimalwerte, die unter dem Gesichtspunkt gewonnen wurden, daß mit steigender Permeabilität auch die Leitfähigkeit zunimmt.
Die in neuerer Zeit entwickelten Werkstoffe sind durch Firmenbezeichnungen wie z.B. „Manifer" und „Maniperm" gekennzeichnet.
f) Ferritkerne: Auf der Suche nach neuem magnetischem Material mit möglichst günstigen Eigenschaften ist man auf die dem Chemiker schon seit langem bekannten "Ferrite" zurückgekommen. Es handelt sich hierbei um Verbindungen des Typus

$$x(Me\ O) + y(Fe_2O_3),$$

wobei das Zeichen Me ein beliebiges zweiwertiges Metall (z.B. Mg oder Mn) darstellt. Die Ferritbildung tritt erst bei höheren Temperaturen ein.

Die magnetischen Eigenschaften der Ferrite sind je nach der speziellen Zusammensetzung verschieden. Im allgemeinen haben diese Stoffe einen sehr hohen spezifischen Widerstand, der in der Regel über 10^6, bei Mischferriten über 10^8 Ω·cm liegt und die Ferrite bei Hochfrequenz sehr verlustarm erscheinen läßt.
Das in Holland entwickelte Ferritmaterial Ferroxcube ist bis zu Frequenzen von 5 MHz verwendbar und hat einen sehr kleinen Verlustwinkel. Von seiner Anwendung wurde bereits bei der Behandlung des Kosmotrons in den Brookhaven National Laboratories (s. Lbf. 10, Seiten 582,583) gesprochen. Bis zu 2,5 MHz oder auch 3 MHz beträgt die relative Permeabilität $\mu_r \approx 1000$, der spezifische Widerstand ϱ liegt bei etwa 10^7 Ω·cm.
Während sich der Hochfrequenztechniker in der Hauptsache nur für die Anfangspermeabilität und die Wirbelstromverluste interessiert, gibt es neuerdings auch für die Hysterese der Ferrite eine bedeutsame technische Verwendungsmöglichkeit: Durch die Herstellung von "Mischferriten" der Zusammensetzung

$$MgO - MnO - Fe_2O_3$$

gelingt es, Stoffe mit angenähert rechteckiger Hystereseschleife zu erzeugen (Bild 404). Derartiges Magnetmaterial läßt sich in Rechenautomaten vorteilhaft als Speicher benutzen. Wird nämlich eine mit einem solchen Ringkern ausgestattete Spule mit einem kurzen Stromimpuls, der ein Feld größer als die Koerzitivfeldstärke erzeugt, beaufschlagt, so stellt sich nach Abklingen des Impulses im Kern eine Magnetisierung gleichbleibender Remanenz ein. Diese ist aber wegen der hohen Koerzitivfeldstärke gegen Störimpulse recht unempfindlich. Dadurch ist es möglich, je nach dem Vorzeichen des letzten Steuerimpulses zwei Aussagen zu speichern. Das Ablesen erfolgt im gewünschten Augenblick durch einen Leseimpuls von beispielsweise positiver Richtung. In einer Sekundärwicklung entsteht dann ein Spannungs-Zeit-Integral, dessen Größe der Flußänderung proportional ist. War der gespeicherte

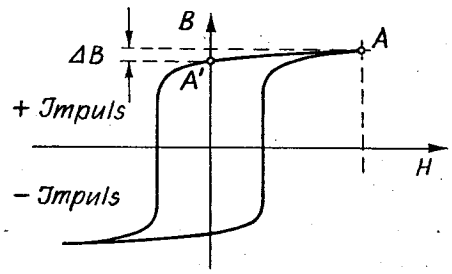


Bild 404
Zur Erklärung der Speicherwirkung von annähernd rechteckigen Hystereseschleifen

Impuls ebenfalls positiv, so ergibt sich nur eine geringe Flußänderung (entsprechend ΔB zwischen A und A' im Bild 404). War der gespeicherte Impuls dagegen negativ, so tritt die doppelte Remanenz in Erscheinung. Da die Rechenautomaten im Dualsystem, also nur mit zwei Ziffern, arbeiten, sind zur Speicherung von ganzen Zahlenreihen mehrere in Serie geschaltete Ferrit-Ringspulen erforderlich.

g) Magnettonbänder: Feine Eisenoxyd-Teilchen (Fe_2O_3 oder Fe_3O_4, neuerdings auch Alnico) von etwa $0{,}1\mu$ Durchmesser werden auf ein Kunststoffband (z.B. Polyvinylchlorid) aufgetragen und laufen mit einer Geschwindigkeit von 0,09 m/s bis 0,76 m/s an einem sogenannten Tonkopf vorbei. Da jedes Teilchen immerhin noch einige Weißsche Bezirke enthält, ist aus statistischen Gründen auch ohne Magnetisierung ein Moment vorhanden, das sich durch Rauschen bemerkbar macht.

Die Dicke der magnetischen Schicht liegt bei etwa 15μ. Für dauerhafte Tonschrift soll die Koerzitivfeldstärke mindestens 800 A/m betragen.

9. Kapitel: Dielektrische Eigenschaften der Materie

[85] Polarisation und Suszeptibilität. Die quantitativen Zusammenhänge wurden bereits im Lbf. 3, S. 156 ff., besprochen. Bringt man einen vollkommenen Isolator in ein elektrisches Feld, so wird er polarisiert. Es entstehen also elektrische Dipole (Bild 405), deren Moment der elektrischen Feldstärke proportional ist. Während sich die Ladungen der Dipole im Innern des Isolators gegenseitig aufheben, bilden sich an den anliegenden metallischen Elektroden (z.B. eines Plattenkondensators) entgegengesetzte Flächenladungen, die das ursprüngliche elektrische Feld schwächen. Diese Feldschwächung ist andererseits auch die Ursache der Kapazitätserhöhung, sofern in einen Kondensator an Stelle von Luft ein Dielektrikum eingebracht wird (Lbf. 3, S.155).

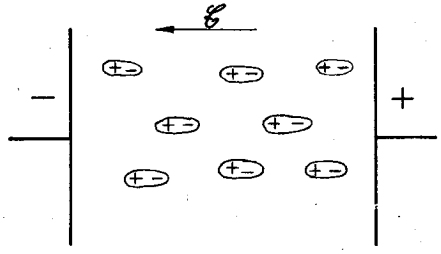


Bild 405
Dipolbildung im Dielektrikum

Eine Polarisation kann entweder durch die Ausrichtung von bereits vorhandenen Dipolmomenten oder durch Induzierung von Dipolmomenten erfolgen. Der letztgenannte Fall tritt dann auf, wenn die Moleküle bei Abwesenheit eines elektrischen Feldes unpolarisiert sind.

Normalerweise verschwindet die Polarisation nach Abschalten des elektrischen Feldes wieder. Allerdings weisen dabei die Erscheinungen der Nachwirkung und Restladung darauf hin, daß die Polarisation nur allmählich verschwindet. Wird dieser Effekt künstlich begünstigt, so ergeben sich die sogenannten Elektrete, die gewissermaßen das elektrische Gegenstück zu den permanenten Magneten darstellen. Sie lassen sich herstellen, indem man einen Isolator (z.B. ein Gemisch von Wachs und Karnaubaharz im Verhältnis 1:1) schmilzt und in einem äußeren elektrischen Feld erstarren läßt. Die durch das elektrische Feld verursachte Polarisation friert dann gewissermaßen ein. Ein solcher Körper behält sein elektrisches Moment jahrelang. Allerdings muß dann verhindert werden, daß seine geladene Oberfläche von Ionen aus der Luft getroffen und auf diese Weise neutralisiert wird.

Unter Anwendung der in der theoretischen Physik üblichen Schreibweise (vgl. Lbf. 3, S. 157, Gl. (219a) und (219b)) folgt aus dem Zusammenhang der Feldvektoren

$$\mathfrak{d} = \varepsilon_0 \mathfrak{E} + \varepsilon_0 \, s \mathfrak{E} = \varepsilon_0 \mathfrak{E} + \mathfrak{M}$$

für die absolute Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + s)$$

und für die relative Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + s$$

Die dielektrische Suszeptibilität ist hierbei mit s bezeichnet. Die relative Dielektrizitätskonstante ε_r liegt für die üblichen Dielektrika bei folgenden Werten:

Dielektrikum	ε_r
Vakuum oder Gase	1
Hartpapier	bis 8
Wasser (H_2O)	80
Rutil (TiO_2)	110

Alle Werte von ε_r sind grundsätzlich größer als 1, denn ein elektrisches Analogon zum Diamagnetismus existiert nicht.
In neuerer Zeit sind nun Stoffe entwickelt worden, deren Dielektrizitätskonstante um etwa 3 Zehnerpotenzen höher als die oben angegebenen Werte liegt. In Analogie zu den ferromagnetischen Stoffen spricht man in solchen Fällen von ferroelektrischem Material.

[86] Ferroelektrische Stoffe

1. Analogien: Eine Analogie der ferroelektrischen Stoffe mit den ferromagnetischen besteht nicht nur im Zahlenwert der Dielektrizitätskonstanten, sondern auch in der Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der elektrischen Feldstärke und in der Erscheinung der Hysterese.
Die große Dielektrizitätskonstante des Minerals Rutil ($\varepsilon_r = 110$) ist schon lange Zeit bekannt. Wie sich nämlich magnetische Kraftfelder durch feines Eisenpulver sichtbar machen lassen, so können elektrostatische Felder durch feines Rutilpulver demonstriert werden. Darüber hinaus findet Rutil als Dielektrikum im Kondensatorenbau bei der Herstellung besonders verlustarmer Kondensatoren ($\tan\delta \leqq 10^{-3}$) Verwendung.
2. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur: Seit etwa 1940 wird den Erdalkali-Titanaten, also Verbindungen wie $CaTiO_3$, $BaTiO_3$ u.a., besondere Beachtung geschenkt. Obwohl derartige Verbindungen Dielektrizitätskonstanten ε_r von einigen 1000 aufweisen, wird ihre praktische Verwendung infolge des ausgesprochenen Temperaturganges der Dielektrizitätskonstanten und des Verlustwinkels eingeschränkt. Die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante hat ungefähr die Form der Resonanzkurve eines Schwingungskreises. Je höher die Dielektrizitätskonstante im Maximum ist, um so schmaler wird der durch seine Halbwertsbreite gemessene Temperaturbereich. Für derzeitig erreichbare Höchstwerte von $\varepsilon_{r_{max}} = 14000$ hat die Temperaturkurve eine Halbwertsbreite von nur etwa $30^\circ C$.
Die relative Dielektrizitätskonstante von reinem Barium-Titanat ($BaTiO_3$) hat bei $125^\circ C$ ein scharf ausgeprägtes Maximum $\varepsilon_r = 9000$ (Bild 406, Kurve a). Bei Zimmertemperatur weist dieselbe Verbindung

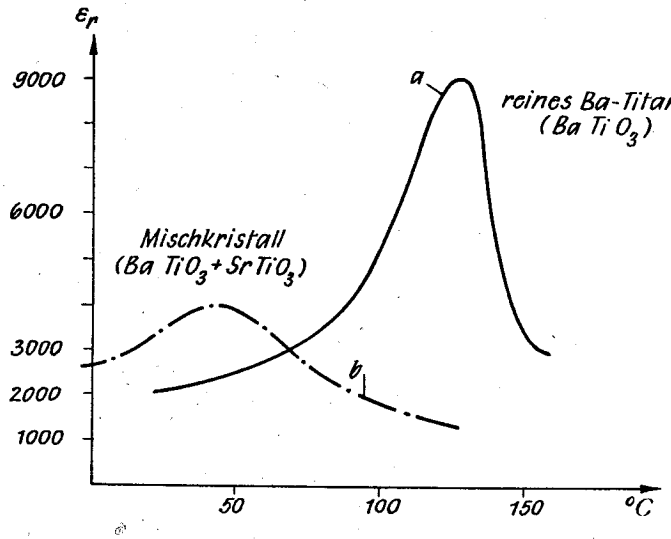


Bild 406
Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten ε_r einiger Erdalkali-Titanate von der Temperatur

dagegen nur ein ε_r von etwa 2000 auf. Dieser Temperatureinfluß macht insbesondere wieder durch die sehr geringe Halbwertsbreite reines Barium-Titanat für eine praktische Verwendung, z.B. als Kondensatordielektrikum, ungeeignet.

Mischt man jedoch das Barium-Titanat mit einer entsprechenden Dosis Strontium-Titanat, so gelingt es, das Maximum von ε_r bei gleichzeitiger Abflachung (Vergrößerung der Halbwertsbreite) bis zur Zimmertemperatur zu verschieben. Die Dielektrizitätskonstante erreicht dann allerdings nicht mehr die hohen Werte wie früher (vgl. Bild 406, Kurve b). Die genannten Stoffe werden auf metallkeramischem Wege hergestellt.

3. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der elektrischen Feldstärke: Zu den typisch ferroelektrischen Eigenschaften gehören in erster Linie die Feldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten sowie die Existenz einer Hysterese. Beides wurde bereits 1918 am Salz der Weinsäure (Seignette-Salz) und später dann auch am Barium-Titanat beobachtet. Ähnlich wie beim Ferromagnetismus kann auch in diesem Falle von einer Curie-Temperatur gesprochen werden. Oberhalb dieser Temperatur verschwindet nämlich die Erscheinung der Ferroelektrizität, und die Polarisation

steigt wieder streng proportional mit der elektrischen Feldstärke an. Unterhalb des Curie-Punktes aber treten Erscheinungen auf wie die der Sättigung, der Hysterese, der Remanenz und der Koerzitivfeldstärke. Der elektrische Durchschlag allerdings findet kein magnetisches Analogon. Er verhindert auch das Zustandekommen der Sättigung der Polarisation bei großen elektrischen Feldstärken, da stets die Sättigungsfeldstärke oberhalb der Durchbruchfeldstärke liegt.

Die von der Hysteresekurve der ferroelektrischen Stoffe umschlossene Fläche ist den dielektrischen Verlusten direkt proportional.

Werden sehr kleine Amplituden der elektrischen Feldstärke einem Gleichstromfeld überlagert, so ergeben sich reversibel durchlaufene Elektrisierungskurven. Aus ihrer Neigung läßt sich die reversible Dielektrizitätskonstante ermitteln. Im allgemeinen ist diese nahezu unabhängig vom Arbeitspunkt.

4. Zur Theorie der Ferroelektrizität: Auch hier lassen sich wieder weitgehend die beim Ferromagnetismus entwickelten Vorstellungen gebrauchen. Ferroelektrisches Material ist innerhalb kleiner Bezirke, die man hier Domänen nennt, spontan elektrisch polarisiert. Allerdings sind für diese Dipole nicht die Elektronen im Atom, sondern die Anordnung der Ionen im Kristallverband maßgebend. Durch äußere Felder werden die Bezirke in eine günstigere Lage hineingedreht. Es kann andererseits aber auch durch eine Wandverschiebung eine vorteilhaftere Energieverteilung geschaffen werden, so daß die Bezirke mit günstig orientierter Polarisationsrichtung auf Kosten der ungünstig orientierten anwachsen. So zeigt z.B. Bild 407 die durch geeigneten Lichtauffall sichtbar gemachten Bezirke bei Barium-Titanat.

Die scharfen, das Bild unter 45° durchziehenden Linien sind 90°-Wände. Die 180°-Wände dagegen sind nur insofern sichtbar, als sich die Bezirke mit entgegengesetzter Polarisationsrichtung durch unterschiedliche Helligkeit hervorheben. Die Breite der Bezirke beträgt etwa $1\,\mu$.

Der Curie-Punkt gibt hier die Temperatur an, bei der die ferroelektrischen Erscheinungen verschwinden. Unterhalb dieser Temperatur ist tetragonale Kristallstruktur stabil, die Träger ferroelektrischer Eigenschaften ist. Sie führt auch zur spontanen Polarisation einzelner Bezirke, deren einheitliche Ausrichtung

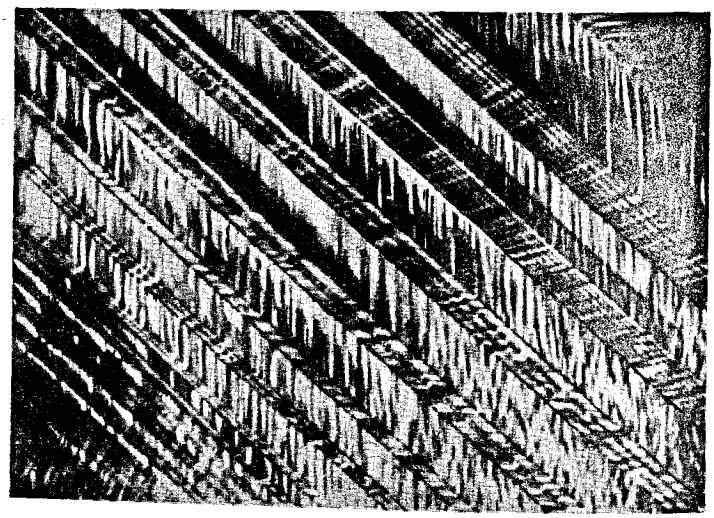
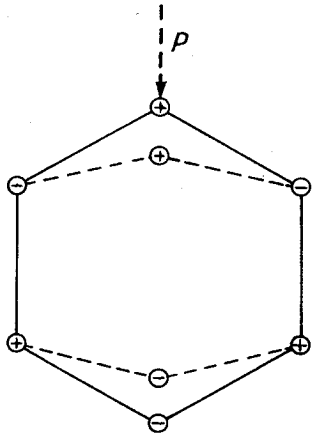


Bild 407
Polarisationsbezirke bei Barium-Titanat

in einem äußeren elektrischen Feld infolge der Remanenz auch nach der Abschaltung des Feldes noch bestehen bleibt. Oberhalb der Curie-Temperatur bildet sich ein kubisches Kristallgitter, und ferroelektrische Effekte treten nicht mehr in Erscheinung.

5. Piezoelektrischer Effekt und Elektrostriktion: P. Curie entdeckte an Turmalin, daß an einer bestimmten Art von Kristallen „elektrische Ladungen" (Piezoelektrizität) entstehen können, wenn jene durch mechanische Kräfte deformiert werden. Die mit dieser Verschiebung von elektrischen Ladungen verbundene Polarisation ist der mechanischen Deformation proportional. Die Umkehrung des piezoelektrischen Effektes wird Elektrostriktion genannt. Sie bezeichnet eine Längenänderung in einer bestimmten Richtung durch eine von äußeren elektrischen Feldern verursachte Polarisation.

Die Erscheinung des piezoelektrischen Effektes kann an Hand der Kristallstruktur, z.B. des Quarzes, in groben Zügen erklärt werden: Quarz kristalliert in Säulen, deren Querschnitt ein reguläres Sechseck ist. An den sechs Kanten treten abwechselnde Ladungen auf (Bild 408). Wird ein solcher Kristall in Richtung des angegebenen Pfeiles gedrückt und dadurch elastisch deformiert,



so verschiebt sich die positive Ladung nach unten und die negative Ladung nach oben. Die Folge davon ist, daß nach oben hin (im Bild) die Gesamtheit der negativen Ladungen und nach unten hin die Gesamtheit der positiven Ladungen überwiegt. Es entsteht also eine Polarisation, die quantitativ durch den sogenannten Piezomodul (Ladungsmenge pro Druckeinheit) erfaßt wird.

Bild 408
Kristallstruktur von Quarz, im Querschnitt gesehen

6. Technische Anwendungen

a) Kondensator-Dielektrikum: Da kleine Dimensionen des Kondensators hohe Werte der Dielektrizitätskonstanten verlangen, ist man in letzter Zeit zur Verwendung von Ba-Sr-Titanat übergegangen. Stark einschränkend sind dabei allerdings die Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten sowie die hohen, durch die Hysterese verursachten Verluste. Immerhin stehen heute, den verschiedenen Anforderungen entsprechend, alle möglichen Dielektrizitätskonstanten und Temperaturbereiche zur Verfügung. So arbeiten z.B. Kleinstkondensatoren für Schwerhörigengeräte mit einem $\varepsilon_r \approx 8000$ innerhalb eines Temperaturbereiches von 30°C. Eine weitere Gruppe ist für $\varepsilon_r = 4000 \ldots 5000$ mit einem Temperaturbereich von 50°C bemessen. Bis zu Frequenzen von etwa 100 MHz liegt der Verlustfaktor bei 0,01.

b) Elektromechanische Wandler: Hierzu zählen u.a. Tonabnehmer, Mikrofone, Sender und Empfänger von Ultraschall, Filter und Beschleunigungsmesser. Zu der Herstellung dieser Geräte sind die Titanate wegen ihres großen Piezomoduls besonders gut geeignet. Durch Verwendung von Preßteilen lassen sich die verschiedensten Formen, wie Halbkugeln und Zylinder, herstellen. Allerdings ist mit 3 W/cm^2 die Belastbarkeit des Titanats bedeutend geringer als die von Quarz (10 W/cm^2), weil durch die Erwärmung sehr rasch der Curie-Punkt, bei dem die Piezoelektrizität verschwindet, erreicht wird.

c) Dielektrische Verstärker und Wandler: Wegen der Feldstärkeabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten kann ein Schwingkreis in seiner Eigenfrequenz durch ein elektrisches Wechselfeld am Kondensator im Takte dieses Wechselfeldes verstimmt werden, wodurch dann eine Modulation entsteht. Liegt der Arbeitspunkt auf der Flanke der Resonanzkurve, so ist eine Amplitudenmodulation der Hochfrequenz möglich. Richtet man diese Hochfrequenzschwingung gleich und führt sie einer zweiten Stufe zu, so läßt sich ein mehrstufiger Verstärker aufbauen. In einer Stufe ist bei geeigneter Materialauswahl eine 30fache Verstärkung der Leistung möglich.

d) Frequenz-Stabilisator: Legt man beispielsweise einen entsprechend zugeschnittenen Quarzkristall an eine Wechselspannung, so erfährt dieser elastische Deformationen mit der Frequenz der angelegten Spannung. Stimmt die Frequenz der Wechselspannung mit der (mechanischen) Eigenfrequenz des Quarzkristalls überein, so kann dieser zu sehr energiereichen elastischen Schwingungen angeregt werden. Infolge der sehr guten elastischen Eigenschaften des Quarzes ist es möglich, dessen Frequenz sehr genau zu definieren. Auch kann der Schwingquarz bei Hochfrequenz zu hohen elastischen Oberschwingungen erregt werden. Man erhält dann einen Frequenzstabilisator sehr genau bekannter Frequenz, z.B. für sehr genaue Zeitmessungen und Zeitvergleichungen (Quarzuhr).

Übungsaufgabe (7. Kapitel)

Wie muß Germanium dotiert werden, damit die Leitfähigkeit ein Minimum wird? Wie groß ist diese minimale Leitfähigkeit im Verhältnis zur Leitfähigkeit der Eigenleitung?

$$(b^+ = 0{,}18\ \frac{m^2}{Vs};\quad b^- = 0{,}36\ \frac{m^2}{Vs})$$

Übungsaufgabe (9. Kapitel)

In einem Plattenkondensator befindet sich ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon > \varepsilon_0$. Aus der Ladungsdichte und der Polarisation P des Dielektrikums ist das Potential beider Platten und daraus die Kapazität pro Flächeneinheit zu berechnen.

Lösung der Übungsaufgabe des 7. Kapitels

Für die Leitfähigkeit $\varkappa$ gilt allgemein

$$\varkappa = q(nb^- + pb^+)$$

Ferner gilt das Massenwirkungsgesetz

$$np = n_i^2 = f(T),$$

also wird die Leitfähigkeit

$$\frac{\varkappa}{q} = nb^- + pb^+ = nb^- + \frac{n_i^2}{n} b^+$$

$\varkappa$ hat ein Minimum, dessen Lage (n) durch Nullsetzen von $\frac{d\varkappa}{dn}$ ermittelt wird

$$\frac{d}{dn}\left(\frac{\varkappa}{q}\right) = b^- - \frac{n_i^2}{n^2} b^+ = 0$$

Für die Dichten n und p folgt hieraus

$$n = n_i\sqrt{\frac{b^+}{b^-}}, \qquad p = n_i\sqrt{\frac{b^-}{b^+}}$$

oder, wenn für b^+ und b^- die Zahlenwerte eingesetzt werden,

$$n = \frac{n_i}{\sqrt{2}}, \qquad p = n_i\sqrt{2}$$

Es ist also $p > n$, d.h., es muß ein <u>P-Leiter</u> vorliegen.

Die <u>minimale Leitfähigkeit</u> selbst wird

$$\varkappa_{min} = q\, n_i(\sqrt{b^+ b^-} + \sqrt{b^- b^+}) = 2\, q\, n_i \sqrt{b^+ b^-}$$

Mit $n = p = n_i$ ergibt sich die <u>Leitfähigkeit der Eigenleitung</u> zu

$$\varkappa_i = q\, n_i(b^- + b^+),$$

und es ergibt sich das <u>Verhältnis</u>

$$\frac{\varkappa_{min}}{\varkappa_i} = \frac{2\sqrt{b^+ b^-}}{b^- + b^+} = 0{,}94$$

Lösung zu der Übungsaufgabe des 9. Kapitels

Der Anteil der Polarisation P am Potential der Platte A ist nach Gl. (220)

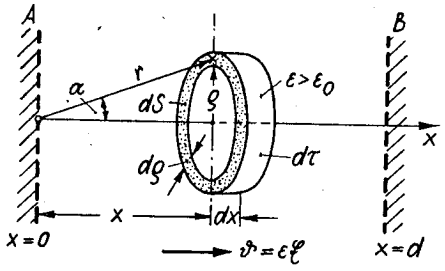


Bild 409

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o}\int_V \frac{\vec{P}\cdot\vec{r}}{r^3}\,d\tau$$

$$= \int_V \frac{P\,\cos(\pi+\alpha)\,d\tau}{4\pi\,\varepsilon_o\,r^2}$$

Dabei ist gemäß Bild 409

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad d\tau = 2\pi\varrho\,d\varrho\,dx,\quad r = \sqrt{\varrho^2+x^2},$$

und es wird

$$\varphi_p = \frac{-1}{4\pi\,\varepsilon_o}\int_V \frac{P\,x\,2\pi\varrho\,d\varrho\,dx}{r^3}$$

$$= \frac{-P}{2\varepsilon_o}\int_{x=o}^{d}\left[\int_{\varrho=o}^{\infty}\frac{\varrho\,d\varrho}{(x^2+\varrho^2)^{3/2}}\right]x\,dx$$

Mit der Substitution

$$z = x^2+\varrho^2 \longrightarrow dz = 2\varrho\,d\varrho$$

wird

$$\int_{\varrho=o}^{\infty}\frac{\varrho\,d\varrho}{(x^2+\varrho^2)^{3/2}} = \frac{1}{2}\int_{z=x^2}^{\infty}\frac{dz}{z^{3/2}} = \frac{-1}{z^{1/2}}\Big|_{x^2}^{\infty} = \frac{1}{x}$$

Oben eingesetzt, wird damit

$$\varphi_p = \frac{-P}{2\varepsilon_o} \int_{x=o}^{d} dx = -\frac{Pd}{2\varepsilon_o}$$

Der Anteil der Ladungen $\pm\sigma$ am Potential bestimmt sich nach Gl. (131b) zu

$$\varphi_{\pm\sigma} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o} \int \frac{\pm\sigma}{r}\, dS$$

$$= \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o} \int \frac{\pm\sigma}{r}\, 2\pi\varrho\, d\varrho$$

Für $x = d$ (vgl. Bild 409) gilt

$$r^2 = d^2 + \varrho^2 \longrightarrow \varrho\, d\varrho = r\, dr$$

Damit wird

$$\varphi_{-\sigma} = \frac{-\sigma}{2\,\varepsilon_o} \int_{r=d}^{R'} dr = \frac{-\sigma}{2\,\varepsilon_o} (R' - d)$$

Für die obere Grenze wurde vorerst ein endlicher Wert R' eingesetzt, damit das Potential ohne gleichzeitige Berücksichtigung der positiven Ladungen keinen unendlich großen Wert annimmt. Entsprechend ergibt sich

$$\varphi_{+\sigma} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_o} \int_{o}^{R^*} dr = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_o} R^*$$

Beide Plattenladungen ergeben zusammen das Potential

$$\varphi_\sigma = \varphi_{-\sigma} + \varphi_{+\sigma} = \frac{-\sigma}{2\,\varepsilon_o} (R' - R^* - d) = \frac{\sigma d}{2\,\varepsilon_o},$$

wobei berücksichtigt ist, daß für $R^* \gg d$ die Annäherung

$$R' = \sqrt{R^{*2} + d^2} = R^* \sqrt{1 + \left(\frac{d}{R^*}\right)^2} \approx R^* \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d}{R^*}\right)^2\right] \approx R^*$$

gemacht werden kann. Insgesamt wird das <u>Potential der Platte A</u>

$$\varphi_A = \varphi_\sigma + \varphi_P = \frac{\sigma d}{2\,\varepsilon_o} - \frac{Pd}{2\,\varepsilon_o} = \frac{d}{2\,\varepsilon_o} (\sigma - P) = -\varphi_B$$

Für die Plattenspannung U ergibt sich also

$$U = \varphi_A - \varphi_B = \frac{d}{\varepsilon_o} (\sigma - P)$$

Mit der elektrischen Suszeptibilität

$$s = \varepsilon - \varepsilon_o$$

läßt sich gemäß Gl. (216) schreiben

$$P = s\, E = s\, \frac{U}{d}$$

Also folgt schließlich aus den obigen Gleichungen

$$\sigma = U\, \frac{\varepsilon_o}{d} + P = \frac{U}{d} (\varepsilon_o + s) = \frac{\varepsilon}{d}\, U$$

und daraus die <u>Kapazität pro Flächeneinheit</u>

$$C' = \frac{\sigma}{U} = \frac{\varepsilon}{d}$$

- Ende der Lehrbriefreihe -

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

6. Kapitel: Stromleitung in Elektrolyten (Fortsetzung) 711

75 Die Dissoziationstheorie nach Arrhenius (Fortsetzung) 711

2. Korrektur der Arrheniusschen Dissoziationstheorie 711

76 Elektromotorische Kräfte (Urspannungen) in Elektrolyten 712

1. Die Nernstsche Theorie der Lösungstension 712
2. Berechnung der elektrolytischen Urspannung 713
3. Galvanische Elemente (Primärelemente) 714
4. Akkumulatoren (Sekundärelemente, Sammler) 714
5. Galvanotechnik 715
6. Weitere Anwendungsgebiete der Elektrolyse 715

7. Kapitel: Elektrizitätsleitung in festen Körpern 717

77 Metallische Leitung 717

1. Grundsätzliches 717
2. Temperaturabhängigkeit 717
3. Zur Sommerfeldschen Theorie des freien isotropen Elektronengases 718

78 Der Einfluß von Gitterfehlern 719

1. Wellenmechanische Betrachtungsweise der Elektronenleitung in Kristallen 719
2. Typische Gitterfehler und ihre Auswirkungen 719

79 Das Energiebänder-Modell 720

1. Bänderspektrum eines Kristalls 720
2. Der Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit von Halbleitern und Isolatoren 722
3. Prinzip der Lochleitung 723

80 Störstellenleitung 724

1. Der Einbau von Fremdatomen im Gitterverband 724
2. Der Halbleiter als Gleichrichter 727

81 Technische Anwendungen von P-N-Schichten 733

1. Selengleichrichter 733
2. Kupferoxydulgleichrichter 734
3. Germaniumgleichrichter 734
4. Siliziumgleichrichter 734
5. Der Flächentransistor 734
6. Der Spitzentransistor 737

Seite

8. Kapitel: Magnetische Eigenschaften der Materie 738

82 Magnetisierung und Suszeptibilität 738
83 Zur Theorie des Para- und Diamagnetismus 739

1. Paramagnetismus 739
2. Diamagnetismus 740

84 Der Ferromagnetismus 741

1. Typische Kennzeichen 741
2. Das B-H-Diagramm 741
3. Temperaturabhängigkeit 743
4. Magnetostriktion 743
5. Zur Theorie des Ferromagnetismus 744
6. Zur Deutung der Magnetostriktion 750
7. Technische Anwendungen 751

9. Kapitel: Dielektrische Eigenschaften der Materie 757

85 Polarisation und Suszeptibilität 757
86 Ferroelektrische Stoffe 759

1. Analogien 759
2. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur 759
3. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der elektrischen Feldstärke 760
4. Zur Theorie der Ferroelektrizität 761
5. Piezoelektrischer Effekt und Elektrostriktion 762
6. Technische Anwendungen 763

Lösungen 765